

第二十期 No.20
ISSN 1814-2176

Educação Matemática de Macau

澳門數學教育

——張真宙 題

Mathematics Education in Macau

澳門數學教育研究學會



澳門數學教育研究學會出版
2022年12月

ISSN 1814-2176



9 771814 217007

澳門數學教育研究學會二十年會慶
全體理事合影



踏出青春二十載
奔向光輝三十年

目 錄

社 長：汪甄南
主 編：汪甄南
副主編：伍助志 李寶田
鄭志民
編 委：吳珮玲 劉淑華
蔡九錫 蔡兆明
董淑珍 胡漢賢
劉明藝 林松孝
梅致常 鄧海棠
石 璋 金 鑫
(排名不分先後)



澳門基金會 贊助

澳門數學教育研究學會出版
澳門新聞局編號:2877
地址:澳門南灣街 107 號
刊頭題詞:張莫宙教授
排版:廣源紙業文具行
印刷:新文寶印務有限公司
刊號:ISSN 1814 - 2176

編者的話

“內師”——為澳門教育注入生機活力 汪甄南 1

《澳門新思維數學》教材的深度研讀

——以小學數學二年級下冊《認識除法》為例 王 賀 2

數學教學要講究思維規則 方運加 9

利用繪本開展幼兒教學設計的思考與建議 張文鈞 11

擬題活動教學融入小學數學科教學分享 魏佩珊 17

數學的教育意義 方運加 20

崔榮琰《作 N 倍立方定律》千古難題《分角尺》無圓規完成
..... 澳門數學教育研究學會 29

利用思維導圖提高小學數學單元復習教學效率
——以《小數的意義和性質整理與復習》為例 葉明珠 35

核心素養下的小學數學項目化學習的有效性研究 劉浩然 40

分類理論視角下的學生作品分析及教學建議
——以面積單位間關係的學習為例
..... 吳海燕 聶培珍 何傑英 44

借助幾何直觀理解平均數
——《平均數》教學設計與設計意圖 張冬雪 49

會務活動紀錄 52

編者的話

“內師”——為澳門教育注入生機活力

汪甄南

“內師”，對澳門教育界來說，是一個不陌生的稱謂，他們是來澳門交流的內地優秀教師，從 2008/2009 學年開始至今已有 54 所學校參加交流活動，約佔全澳門學校總數的 70%。每一學年“內師”們除了日常的駐校教研工作之外，還舉辦了超過 100 場教師培訓講座、工作坊和公開課，參加活動的澳門老師超過 3000 餘人次。

本期“澳門數學教育”組織了 8 位內師共撰寫了 6 篇論文，把他們在內地的優秀教學經驗、教學理念、教學技能介紹給澳門老師，使澳門的教育發展取得長足的進步。

在國際學生評估項目 (PISA2018) 中，澳門在所有參與測評的 79 個國家和地區名列第三。

從 2009 年起澳門高中學生參加全美高中數學競賽 (ARML)，連續十一年參加，共獲得國際組三次冠軍 (其中一次與中國隊並列冠軍)，其他年份都獲亞軍。

在前特首崔世安任內，為了表彰澳門學生在學習數學中的拼搏精神，曾二次頒發特區政府嘉獎狀給赴美參賽的澳門學生。這大大鼓舞和推動了澳門學子學習數學和奧數的熱情。

澳門基礎教育取得高質量的發展，從宏觀方面來看，得益於回歸祖國以來，內地教育專家對澳門的厚愛，盡心交流專家們的教學經驗；從微觀上來說，除了本澳有一批愛國愛澳、熱心教育事業的教師，在教育崗位上默默耕耘之外，更重要的是，還有一批優秀的“內師”和澳門教育共同努力，創建了兩種不同的教育體制內的和諧發展，“內師”們之所以能夠叱吒於全國的課堂之上，除了其純熟的教學技藝之外，厚重的理論功底也是其重要的因素。“內師”們的“引領”作用，對澳門的教育發展功不可沒！

挑戰和機遇並存，期待在“內師”和本澳教師共同努力下，讓澳門的教育發展，取得更輝煌的成果！

《澳門新思維數學》教材的深度研讀

——以小學數學二年級下冊《認識除法》為例

廣州市黃埔區天譽小學 王賀

【摘要】教材是供學生閱讀和學習使用的，其內容是從學生學習的角度進行編排的。因此，受篇幅、學生識字量等因素的影響，很多數學思想和方法不容易在教材上直接體現出來。作為教師如何真正讀懂教材？本文從為什麼強調教師應深度研讀教材、《澳門新思維數學》教材的整體編排及特點、教材解讀的四個步驟等方面展開探討，希望能為廣大小學數學一線教育工作者在教材解讀方面提供一些啟示。

【關鍵字】教材、深度研讀、基力要求、核心素養。

【正文】

“教材只能作為教課的依據，要教得好，使學生受益，還要老師善於運用”——葉聖陶。小學教材裏呈現的知識看起來簡單，實際上，如果深入挖掘，把教材琢磨透，才發現裏面其實大有乾坤。在小學數學的課堂上，老師給學生傳遞的不應僅僅是基礎知識和基本技能，應該以培育學生核心素養為前提，讓學生通過數學學習，逐步學會“用數學的眼光觀察世界，用數學的思維思考世界，用數學的語言表達世界”。

一、為什麼強調教師應深度研讀教材？

如今，大數據時代已經到來，人工智能水準發展迅猛，移動互聯將人與人的距離無限拉近，資訊量和知識量與日俱增，知識的更新週期越來越短。在當前高速發展的社會背景下，學生能否學會學習，能否學會科學理性的思考，能否具備終身學習和可持續發展的能力，在他們未來進一步的學習和發展中都將起到非常重要的作用。因此教師在教育教學中，應聚焦“人的培養”而非“知識的傳授”，上好每一節課，在一點一滴的日常教學中培養學生的數學思維和理性精神就顯得尤為重要。而要想上出有品質的課，教師們首先應該對教材做到深度解讀和創造性的運用。

在內地，要說到解讀教材，就不得不提到《義務教育數學課程標準（2022年版）》（後文簡稱《課程標準》），教科書便是《課程標準》的具體化。在澳門，本土化的小學數學教材（如《澳門新思維數學（修訂版）》）便是《小學教育階段數學基本學力要求》（後文簡稱《基力要

求》)的具體化。如果細心研究我們就會發現,澳門的《基力要求》與內地的《課程標準》同根同源、功能相同,都是課程制定的標準,是規定某一學科的課程性質、課程目標、內容目標的教學指導性檔,實際上分別反映了國家層面和澳門特區對學生學習結果的期望。通常我們用於教學的教材,可以說是為了實現《基力要求》而編寫的一系列實施教育教學的素材和媒介。因此,把澳門本土教材和《基力要求》的關係梳理清楚以後,青年教師們就會明白為什麼要強調讀懂教材,讀透教材。

教材是供學生閱讀和學習使用的,其內容是從學生學習的角度進行編排的。因此,受篇幅、學生識字量等因素的影響,很多數學思想和方法不容易在教材上直接體現出來。那麼,作為教師,想真正“讀懂”教材,可以從哪些方面入手?其實,解讀教材的方法和途徑有很多種,查閱資料、網上搜索、同儕交流、日常積累等方式都可以增進教師對教材內容的理解,其中最直接的就是從教師用書中獲取資訊,教師用書是教材編者對其編寫意圖的解釋和說明,目的是為了幫助教師更好的理解各冊教材的教學內容、教材編排意圖和教學目標,青年教師們可以先從研讀教材和教師用書入手。接下來,筆者將談談怎樣更好的解讀和利用《澳門新思維數學》教材。

二、《澳門新思維數學》教材的整體編排及特點

1. 澳門新思維教材的整體編排情況：

《澳門新思維數學》是澳門數學教育研究學會會長汪甄南先生在總結自己四十多年數學教育教學經驗、瞭解澳門學生的實際情況、取材於澳門的社會文化生活的基礎上進行編寫的,教材以“課”為單位進行編排,每課安排“引起動機”、“學習活動”、“練習”三部分,部分課次增設“小探究”、“數學小百科”、“挑戰站”等板塊,同時,每冊書安排階段性的“總結”和“復習”,在課本的最後安排“總復習”和“思維訓練”板塊幫助學生系統梳理知識、提升思維。

2. 澳門新思維教材的特點：

《澳門新思維數學》最大的亮點是對學生“數學思維能力”的培養,內容安排有知識點清晰、系統性強、圖文並茂等特點,2018年圍繞《基力要求》修訂並出版了第二版教材,在學生練習的要求以及某些傳統數學概念的提法上,相比上一版本作了補充和修訂。修訂版教材內容以多樣化形式、程度適中的要求加以配置,並應用“認知結構理論”解決教材中對難點的處理方法,“深入淺出,通俗易懂”,讓學生有興趣做好練習、有能力探究練習。

三、教材解讀的四個步驟：

接下來,筆者將透過具體的例子(《澳門新思維數學》二年級下冊第26課:認識除法),介紹解讀教材的幾個具體步驟。

1. 通讀教材,理清知識的結構和前後聯系。

先通讀教材,了解該課時的教學內容有哪些,思考這些內容與前後哪些知識有聯繫。能否納入學生已有知識脈絡,幫助學生完善和健全知識網路。



圖 1

例如:《認識除法》一課(見圖 1)是學生學習了“平均分”、“幾個一份”之後進行的學習,也是除法學習的起始階段,為本冊進一步學習整數除法、有餘數的除法以及今後進一步學習除法相關知識奠定重要的基礎。(見圖 2)

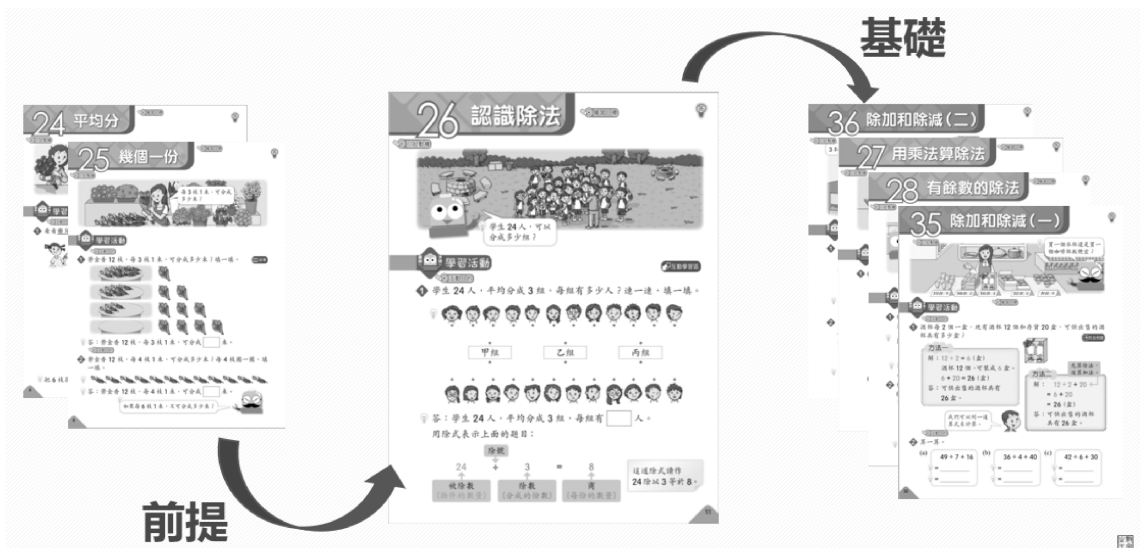


圖 2

2. 查閱教參,瞭解編者意圖及其編排特點。

對教材有了一個整體的瞭解後,可以查閱教師用書等資料,瞭解學習目標和本節課的重難點、學生應將該內容掌握到什麼程度、內容中是否有需要滲透給學生的思想方法、應進行哪些方面情感態度的教育等,在此基礎上制定本節課的課時目標和重難點、選擇合適的學法和教法。

例如:《認識除法》一課對應的《基力要求》有:

A-1-2 能運用數和運算方法解決生活中的簡單問題,並能對結果的實際意義進行解釋。

A-1-11 結合具體情境理解除法的意義。

根據《基力要求》,本課要落實的學習目標是:

1. 認識除式中各項目的名稱。
2. 能用除式記錄[平均分]的分物結果(不涉及餘數)。
3. 能用除式記錄[幾個一份]的分物結果(不涉及餘數)。



圖 3

為了實現以上學習目標,教材先通過“學生 24 人,可以分成多少組?”這個問題,引起學生的學習動機(見圖 3);隨後,安排學習活動,引導學生認識用除式記錄平均分物的結果(整除,包括平均分和包含除)及除式中各項目的名稱、含義及除式的讀、寫法。接著,安排連一連、圈一圈等活動讓學生嘗試寫除式。

3. 細讀教材,確定例題、插圖、提示語作用。

理解了編者意圖,可以進一步分析和細讀教材,挖掘例題潛在的學習內容,研究提示語、插圖的作用,思考學生應經歷怎樣的學習過程才能突破重點和難點,如:學習內容應全部呈現還是部分呈現?可以按照什麼樣的順序呈現?是否需要根據學生的實際情況對教材進行改編和創造性的使用……從而設計出有效的學習和教學過程。

如:學生在之前的學習中,學會了對平均分物和幾個一份分物(包含除)的結果進行表達,這實際上是除法算式的含義,為本節課學生對除式意義的學習和理解奠定了基礎。(見圖 4)

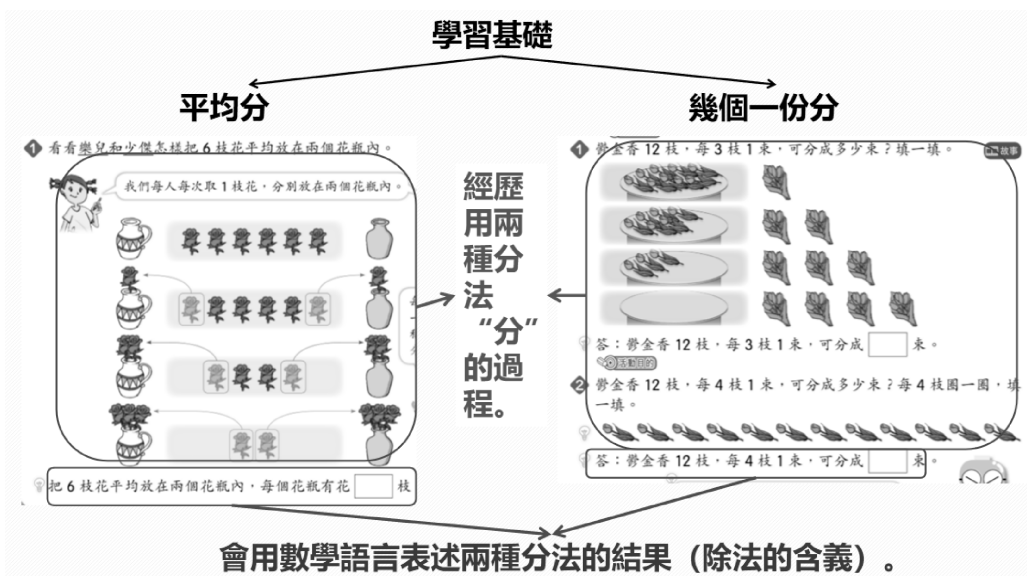


圖 4

因此，本課應在學習活動 1 中，先讓學生結合具體情境通過動手連線，進一步體會平均分的意義，並用數學語言將平均分的過程和結果表述出來。教學時要注意，在引出除式的時候，應注重將除法算式與分物的過程聯繫起來，引導學生結合情境和操作過程理解平均分和包含除（幾個一份的分）的算式及其各部分的名稱、含義，並介紹除式的讀、寫法。隨後，通過連一連、圈一圈等活動讓學生嘗試寫除式並通過練習鞏固本課所學內容。（見圖 5）

如果把學生 24 人分成每 6 人 1 組，可分成多少組？圈一圈，填一填。

學生 24 人，每 6 人 1 組，可分成 組。

用除式表示上面的題目：

24	÷	6	=	4
被除數 (物件的數量)		除數 (每份的數量)		商 (分成的份數)

這道除式讀作：24 除以 6 等於 4。

連一連，填一填。

(a) 糖排 15 塊，平均分放在 5 隻碟子上，每碟有糖排 塊。

用除式表示：
 $15 \div \square = \square$

(b) 牛排 20 塊，平均分放在 4 隻碟子上，每碟有牛排 塊。

用除式表示：
 $\square \div \square = \square$

通過圈一圈的活動體會“幾個一份”分物的過程和結果，應注重將包含除（幾個一份的分）的結果與除法算式聯繫起來。

介紹除法算式的讀、寫法及各部分名稱、含義（滲透數量關係）

嘗試寫平均分、包含除（幾個一份分）的除法算式。

圈一圈，連一連。

(a) 雞蛋 12 隻，每 3 隻 1 串，可做成 串。

用除式表示：
 $12 \div \square = \square$

(b) 香腸 25 條，每 5 條 1 串，可做成 串。

用除式表示：
 $\square \div \square = \square$

圖 5

4. 研究練習，明確練習與例題之間的關係。

最後，在上課之前，教師還需要對教材提供的練習進行分析。理清練習和例題的關係，思考應該怎樣選用練習，弄清楚這些練習是用於對例題的鞏固、補充還是對例題的拓展，是

否需要進行練習的刪減或補充等。

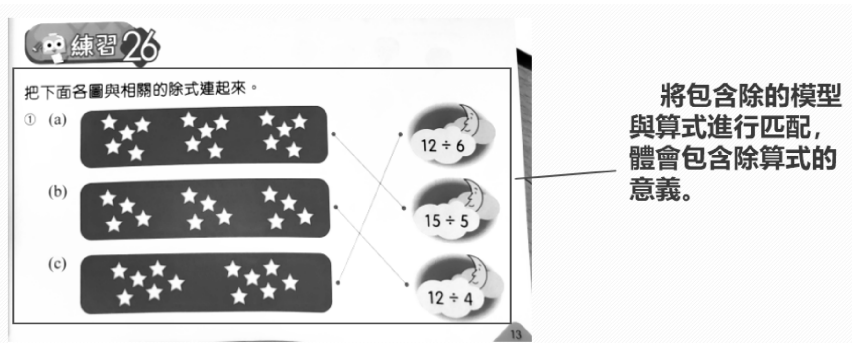


圖 6

如：本課的練習部分，第①題請學生將包含除的模型與算式進行匹配，體會包含除算式的意義（見圖6）。第②、③題根據分物情況的文字表述完整寫出除式，實際上是讓學生經歷將文字表徵轉化成符號表徵的過程，同時在對比中鞏固平均分和包含除的除法意義。第④、⑤題讓學生繼續動手連一連，圈一圈，進一步感受除法的含義，練習用除法算式表示平均分物和包含除的過程和結果。第⑥題目的是讓學生通過不同的直觀模型體會除法的本質意義——即使情境不同，分的物品不同，分法不同，但只要是包含除（或平均分）就可以用除法算式表示（見圖7）。由於此時是學生第一次接觸除法的概念，所以課後練習多以鞏固學生對除法意義的掌握為主，根據班級學生的實際情況，如果學生整體理解的比較好，教師可以考慮適當加入一些提升練習。



圖 7

澳門小學數學基本學力要求的主旨是：“以人為本”的教育指導思想，在數學教學上“應讓不同兒童得到不同的發展”，充分展示學生的思維能力。《澳門新思維數學》教材較好

的體現了這一點,但在學與教的實施過程中,應如何用好教材,青年教師們仍需進行深入的探索和研讀。除此之外,思考如何引導學生全面系統的掌握知識、進行高階思維、使學生既能獲得正確的數學知識和技能又在思維能力、問題解決能力、情感態度價值觀等方面得到充分發展?站在培育學生核心素養的角度進行教材研讀和教學設計,是我們應該不斷努力的方向,願與廣大教育同仁共勉。

參考文獻:

- [1] 中華人民共和國教育部. 普通高中數學課程標準[S]. 北京:人民教育出版社,2022:4.
- [2] 汪甄南. 澳門新思維數學(第二版)修訂版教師用書2下[K]. 澳門:教育出版社有限公司,2018:4 - 27.
- [3] 小學教育階段數學基本學力要求[S]. 澳門. 澳門特別政區第 19/2016 號社會文化司司長批示,2016:126 - 206.

數學教學要講究思維規則

方運加

數學教師討論教學問題，應該遵循數學教學的基本表達方式，堅持數學教研應有的針對性和目的性以及強而準確的邏輯分析及相應陳述方式，避免用通篇滿口的思維、抽象、邏輯、核心等二字詞以大而化之的方式忽略數學教學的實質性問題。

以“核心”這個詞為例，有同行認為，當論及一個數學概念、一種數學思想、某些數學方法或某個數學能力時，只須與“核心”二字相聯，就必定很重要，就可以被認定是顛撲不破的真理。殊不知數學學科最基本的特徵是講道理，以理服人。在數學中強調某個事項重要，是要講清理由、理據以及相應例證的，要想方設法不打折扣的遵循“充足理由律”。數學對重要的或原理性的知識是有公認的表述原則和方法的，以理服人，不靠噪門、權威、反復說教來遊說學生！

數學教師的教學基本功是掌握講理的方法，摒棄冗言贅語、講話不著邊際的陋習；數學教師要習慣於追問那些冠以“核心”的事項的數學意義或邏輯含義，掂量其能否準確反映所表達的數學教育意義；數學教師應該清楚，給一個概念下定義，相當於揭示這個概念的內涵，是指出該概念所反映的那些物件的共有的本質屬性的邏輯思想活動。

給概念下定義，可以不顧及物件的一切其他屬性，而只須指出被定義的概念的最鄰近的種，以及足以顯示出它跟與之並列的別類概念的差別的那些本質屬性。簡單說就是指出概念的種和類差。定義的結構為：“類”是“種加類差”。例如，等腰直角三角形（類）是兩邊相等的（類差）直角三角形（種）。也即，定義等腰直角三角形，可以不顧及它的一切其他屬性，而只須指出“與等腰直角三角形的概念最鄰近的種——直角三角形，以及足以顯示出它跟與之並列的別類概念（不等邊直角三角形）的差別的那些本質屬性，即必須指出概念的種和類差。惟如此，才能從概念和系統上講清楚包括幾何在內的數學學科知識。

邏輯思維能力的培養要經歷類似上述的說理過程，幾何中的概念分類是按照邏輯規則進行的，分類就是揭示概念的外延，也就是指出同屬於被分概念（種概念）的各類概念（分類的枝）的邏輯活動。數學的嚴謹性正是體現在這裡，這就是正確的思維，是具有確定的、首尾一貫的、無矛盾的、有根據的思維。若要使學生心明眼亮，必先有教師心知肚明。數學教師要培養學生的，就是設法使他們具有合乎規則的思維方式，而思維的主要特徵就是對現實的間接的、概括性的認識過程。抽象則是在思維中僅只區分出物件的本質特性，而將其餘非本質的、不重要的特徵抽離開去的方法。

綜上可知，邏輯正是發揮了這個抽象作用，從這個意義上講，邏輯與抽象是同義的，在數學學科中是一回事。如果用“核心”這個詞來取代概念的本質特性，用以表述抽象的結果，那概括又是什麼呢？是概括出“核心”嗎？概括是有明確的邏輯含義的，是指將同一種類的物件的共同的本質屬性集中起來，結合為一般的類的屬性。試問：“核心”這個概念的內涵是否包括了抽象、概括的實質意義呢？看來不是！用“核心”修飾××素養，謂之“核心素養”是否能將××素養的表述結構化、具體化，即是否能有一套嚴謹的、公認的話語用於表達其準確的含義？實際上，數學教育中的“核心”一詞更多發揮的是修飾詞作用，內涵不清，無法界定其準確含義。試問：若某人具有數學素養，那麼他是否具有六個數學核心素養？若他僅具有六個數學核心素養中的某一、二個，是否可以說他具有數學素養？各位不妨分析其中的邏輯關係，不難發現，數學素養與六個數學核心素養的種類關係並不清晰。而所謂的六個核心素養之說並不能取代原本已有的數學教研的常識性表達，如抽象能力、推理能力、運算能力等可以量化的評價用語。當我們說某人具有較高的數學素養或素質，一般就相應肯定了其具有數學的若干種基本能力。更何況，在數學中，抽象能力與邏輯能力是同一回事，沒有區分的必要。至於直觀和想像，這是兩種不同屬性的能力。想像對於幾乎所有的學科都是重要的思維品質，但直觀想像可就難說了。在數學教育中，不受限於直觀的想像才應該是培養目標。想像離不開直觀，說明抽象能力不足。依賴直觀的想像能力怎麼會成了數學的核心素養？！這不是在培養只知“眼見為實”的人嗎？小學數學教育的啟蒙階段需要借助直觀去起動學生的想像力，是啟蒙教學階段的必要手段，客觀上可以降低學生的認知難度，有利於理解抽象概念。教師運用直觀手段幫助小學生想像是教學正途，但將直觀想像作為數學核心素養來育人，起碼是沒有搞清楚直觀和想像這二者的概念及相互關係。既沒有搞清楚種類關係，也沒有闡明白概念屬性，卻造出個“數學的核心素養”來，說明我們以往的教育確存在需要解決的問題，這些問題致使一些專家在厘清概念上先天不足。總之，這類事是個教訓。

紀老師文中所說的直角三角形中的核心內容是直角，這談不上對或不對，關鍵是並未說出其所想說。因為，相較之還有個“更核心”的物件“三角形”未被提及。若僅說直角是“核心”，那與之關聯的對象還會有許多。若如此，那麼原本的議題——三角形就大有可能在無形中被宵遁（忽略）了，所議概念在無意識中被調包（偷換）了。此中教訓是：數學教育本來就具有的人可會意、成熟且符合邏輯要求的表達體系未得到尊重，故出現了教學表達的種種不宜或不當。

最後，有必要提一下，“核心”的英文表達很豐富，像 *Core*、*kernal*、*centre* 等詞都常被譯為“核心”，但也可譯為“關鍵”、“重點”、“中心”，而這幾個中文詞一直是教研習慣用語，教研實際中對這些詞的運用或區分較為精細，更能準確反映數學教學實際。

（作者系本刊編輯）

（本文刊載於《中小學數學》（初中版）2021年第3期第25至26頁，系為《精確幾何語言表達》（作者：紀明亮）一文所撰寫的編者語）

利用绘本开展幼儿教学设计的思考与建议

上海市兰亭幼儿园 张文钧

繪本也叫圖畫書，是以圖畫和簡單文字構成的圖書。繪本由於其生動有趣又便於理解是幼兒教育中經常使用的一種學習素材。在我的駐校工作期間，我和澳門老師經常就繪本的解讀、利用和實施開展交流與探討，也通過繪本教學的實踐與觀課研討，反思在選材、設計和實施中的一些想法和做法，形成了一些簡潔明了、操作性較強的繪本教學的方法。其中主要包括在進行繪本的選擇、設計與實施的過程中的三個步驟和重點提示。

第一，閱讀與選擇。在拿到一個繪本時，對其文字、畫面等進行初步閱讀，大致判斷這個繪本是否可以介紹給幼兒，並大致確定這個活動的主要領域和核心目標。

第二，解讀與設計。細讀繪本，從人物形象、畫面特點、語言特徵等多方面挖掘繪本所要傳達的涵義，確定教學的重點內容。

第三，細化與實施，設計具體的教學方法和教學語言，完善教學設計開展教學實踐。本文主要圍繞以上的三個步驟現簡單介紹，與教育工作者們一起分享與探討。

一、閱讀與選擇 —— 選定一個繪本的基本依據

在幼稚園階段，我們選擇的繪本通常是以大幅圖片為主，並配有較少文字且一本書只重點講述一個故事或主題的繪本。這樣的繪本便於被幼兒理解，同時重點又較為突出，比較適合作為教學設計的素材。然後，我們會根據繪本的大致內容，從繪本的主題、語言、畫面等方面做一個整體的判斷，看看這個繪本是否與幼兒生活與發展需求相匹配，是否適合作為一個教學活動的素材。

1、適切度 —— 繪本與幼兒生活經驗之間的關聯

判斷一個繪本是否適合幼兒，需要建立在教師充分了解幼兒的現有水平和發展需求的基礎上。因此教師主要關注的是繪本的內容和幼兒生活經驗及發展要求的匹配度。首先看繪本的內容是否可以被幼兒所理解，適合低、中、高哪個年齡段的孩子。其次，根據幼兒的生活經驗和現有水平判斷是否能夠與繪本內容產生共鳴與聯系。再次，看看繪本的內容是否與我們的主題教學活動有關聯，可以作為孩子學習的拓展，最後還要思考繪本本身傳達的價值是否有助於幼兒的發展和提升。例如，由林真美老師翻譯，遠流出版公司出版的烏克蘭民間故事《手套》。該繪本是由大幅圖片和簡單的文字講述的一隻小老鼠發現一隻手套並和

朋友們一起躲避風雪的故事。故事內容簡單，表述方式是通過人物的對話展開的，因此我們認為這樣的故事便于被孩子理解，且故事的主題是關於相互幫助與團結友愛，對幼兒的語言與社會性的發展具有積極的引導價值。

2、价值点 —— 绘本与幼儿教育目标之间的关联

在初步判斷了一個繪本在難度和價值方面的適切度之后，我們就需要進一步解讀繪本中具體的語言和圖片的內容，並將其與幼兒基本學力要求相匹配，看看其中是否有一些內容可以成為教學活動的具體素材。

為了便于教師更快地將繪本內容與幼兒發展目標相匹配，在結合澳門基本學力要求的幼兒語言能力發展后，我們將繪本大致分為了以下幾個類別——第一類，詞語、句式和表達方式的學習，旨在引導幼兒學習繪本中的語言或句型以積累的詞匯或表達方式。第二類，認識和理解漢字、成語等，旨在為今后的語文學習打好基礎。第三類，以繪本故事作為背景和話題開展討論或表演，旨在發展幼兒的語言表達、社會交往或藝術表現能力。第四類，通過繪本中的故事情節體驗故事傳達的道理或感受故事中人物的特點，旨在提升幼兒的理解能力和思維能力。第五類，體驗文學語言的美，了解散文、詩歌等文學形式，並感受其語言的特點。

以上五類是較為典型的適合開展教學活動的繪本特征，我們在選擇時可以將其進行匹配，如果有以上五類繪本的出現，那麼設計成教學活動是較為簡便的，但是繪本的種類豐富多樣，幼兒發展的需求也并不局限與基本學力所列出的要求。此外，繪本雖是以語言形式記錄的，但繪本并不僅僅局限于發展幼兒的語言和社會能力，科學（數）、藝術等活動都可以利用繪本來開展。只要我們找到了繪本與幼兒與教學的匹配點就可以將其作為教學的素材。

二、解读与设计 —— 寻找绘本中可挖掘的重点内容

繪本教學并不等同于故事活動，教師并不是把故事從頭至尾講述給幼兒，然後讓孩子進行記憶和復述就完成了教學任務。因此，在我們確定了繪本具有教學價值并適合孩子后，我們就需要重新細讀繪本，思考如何將繪本中的素材進行結構化處理，設計成一個教學活動。

1、细读绘本，做到读懂读透

在反復細讀繪本時，我們會留意繪本中的各種要素，包括作者的前言、后續，封面封底、故事結構，語言特點，畫面中的色彩、風格、細節以及與文字的相互補充等等。所有的要素我們都要讀懂，讀透。因為繪本是一個整體的藝術，繪本全部的要素加在一起才能完整表達他的整體涵義，許多東西要我們前后呼應仔細閱讀后才能有所發現。例如，宮西達也的繪本《你看起來好像很好吃》里，繪本的最后，當小甲龍和他的爸爸媽媽團聚后，畫面的角落里有一條霸王龍的尾巴。他表明霸王龍一直偷偷關注和保護着小甲龍，是真心把小甲龍當成了“兒子”。這個情節是故事最感人的地方，是我們一定不能遺漏的。再如，繪本《我爸爸》只

有在反復閱讀繪本再加上理解作者對父親的追憶內容后才能明白，繪本中之所以有關爸爸的所有畫面都穿着一件相同的格子睡衣，是因為作者的父親很早便離開了他，他對父親唯一的印象就是這件黃色格子睡衣。兒子對父親的情懷從這個細節中表現地多么讓人動容。因此，很多的內容是隱藏在繪本中的，必須通過反復閱讀，用心體會才能真正理解繪本的涵義，理解作者的用心。也只有真正讀懂理解了作者，讀透繪本我們才可以在此基礎上進行下一步的選擇和設計。

2、适当取舍，尊重幼儿与绘本

但是在細讀之后，也并不是所有能夠打動成人的東西都可以教授給孩子，更不是我們能夠抓住的所有細節和要素都要教授給孩子。因為課堂教學的時間有限，且一個教學活動我們一般只設計一個重點和難點。這就使得我們需要對繪本中大量的素材和信息進行一個取舍，將其中的部分內容進行重點討論或放大處理作為教學的重點，而其他的部分省略或簡單帶過。其次，因為孩子的生活經驗和理解水平和成人是有差距的，因此還是需要從孩子的生活和經驗，孩子的發展和需求在眾多的要素中進行選擇和取舍。我們在讀透繪本后取舍的依據是三個優先：趣味優先、操作優先，主題優先。

第一，趣味優先，也就是我們通常會選擇繪本中趣味性較強，較能夠吸引幼兒學習興趣的內容作為教學設計的素材。例如：鮮明滑稽的人物形象、生動有趣的人物對話、戲劇性強的情節等等都是我們優先選擇的對象。我們可以把這些充滿趣味性的素材設計成活動導入部分，讓教學活動從一開始就吸引住孩子的注意力，由此引發他們的進一步學習，也可以在教學活動中作為環節間的過渡和引導串聯起整個活動，使一個教學活動充滿情境性，讓幼兒更投入。例如：在繪本《鴿子大偵探》中，頭戴羽毛禮帽、身穿西裝的“鴿子偵探”作為導入環節在教學活動的開頭出現，激發了孩子們“做做小偵探”的興趣，然后在每個環節都由“偵探”帶領一起參與“破案”。

第二，操作優先。3-6歲的幼兒出于具體思維階段，需要依賴實物進行思考，因此在教學活動中，我們通常都會設計讓孩子動手動腦的操作環節。那麼，繪本中的一些便于設計成操作實踐的素材就是我們在取舍時優先考慮的。但是在選擇和設計時，我們必須把握一個原則，那就是幼兒的操作設計要與教學的目標和重點相匹配，不能為了讓幼兒“動起來”而設計一些與目標無關的“熱身環節”。仍以繪本《鴿子大偵探》為例，繪本中有一個“尋找失蹤小鳥藏匿地點”的情節，與之匹配的故事畫面是餐廳、醫院、學校、商店以及廚師、教師、醫生、服務員以及他們工作中所使用的的工具，其中有一個畫面中呈現出與職業不匹配的人物和工具就是“偵探”所要尋找的可疑綫索。這樣的素材明顯可以通過教學設計作為幼兒分組觀察、討論和記錄綫索的實踐操作內容，這個環節的價值不僅可以提高幼兒仔細觀察畫面尋找重要綫索的能力，還可以鞏固他們對生活中常見職業的了解。

第三，中心思想優先。在進行繪本設計的時候我們雖然會重構繪本或者調整繪本的內容，但是通常情況下，我們還是會盡可能地尊重繪本本身想要傳達的價值和意義。并盡可能地通過繪本的情景將其介紹給孩子。再者，每一個能夠進入市場流通環節的繪本一般都具

有較大的教育價值和意義，而在最初繪本選擇的時候我們也一定考慮到了繪本本身想要傳遞的核心價值，因此出于保護我們的初衷和尊重繪本的核心價值，一些凸顯中心涵義的情節和畫面一般情況下我們都會進行保留。在《鴿子大偵探》中作品最后拋出了“外表美”與“心靈美”哪個更重要的話題。我們在設計中當然將這個話題進行了保留，并設計了讓幼兒回憶故事里“外表美”代表人物“亞黑”和“內在美”代表人物“波波”分別在故事中做了哪些事情，之后通過共同討論把他們在每件事情中體現出的性格特點進行總結梳理，把作品想要突出的“內在美”的重要性與幼兒進行了探討和體驗。

三、细化与实施 —— 重视实施方法和教学语言

在進行具體教案的設計中我們通常最為重視的是兩個內容一是為了達成教學目標採用的具體教學方法，二是在具體實施過程中教育語言的設計和把握。

1、把握教学方法的三大原则

循序漸進，為幼兒在模仿和表達之間建立橋梁。幼兒的語言學習遵循着：以及 — 理解 — 內化 — 表達這的認知心理規律，因此我們要幫助幼兒在課堂上就將學習到的字詞語與相關的生活情景相連接，納入自己的語言系統中，然后創造機會鼓勵幼兒積極運用。例如：例如繪本《手套》，目標之一是幫助幼兒學習“我可以_____嗎？”的句型，那么教師就可以用繪本故事的重復情節，在第一只小動物說出句型的時候完整講述，在第二只動物出現時與幼兒共同講述，在第三只動物出現時，教師說一半，請幼兒說一半，隨後的動物出現時讓幼兒試試自己說。逐步減少提示，讓幼兒隨着故事的發展慢慢模仿，直到能夠自主地說出句型，完成學習。除了故事情節，繪本中的人物形象、畫面內容等都可以成為幫助幼兒學習模仿，嘗試運用的良好手段。我們可以利用人物的形象引導幼兒的角色代入，也可以通過繪本中生動的畫面請幼兒說說自己看到的，從學說繪本語言到表達自己的感受。

变教为学，为幼儿创造更多自主学习机会。在我們選擇教學方法時，盡量避免教師講故事，幼兒聽故事。教師說詞語，幼兒跟讀等現象。要盡量讓幼兒成為主動參與者，而不是被動接受者。如果我們想要要幼兒了解繪本的故事情節，我們可以通過簡單介紹人物或綫索之后，引導幼兒觀察圖片自主猜測故事的內容，也可以利用繪本的圖畫綫索，和事物先后邏輯，讓幼兒進行排序，發現故事的發展順序等等。利用觀察、比較、討論等主動學習的方式代替記憶、模仿、復述。

例如繪本《鴿子大偵探》講述的是兩名鴿子偵探根據各種綫索尋找失蹤小鳥的故事。教師為了變教為學，把繪本中的三個主要的綫索設計成通過用放大鏡尋找最小的鳥、推理職業與使用工具是否匹配、聽鳥叫辨小鳥，三個主動學習主動發現的環節。讓幼兒通過動手動腦做做“小偵探”找到了失蹤的小鳥。

发展思维，用思维支持语言的发展。在幼兒語言學習中，基本字詞句的學習是一種基礎和積累，而思維能力是支持幼兒的語言發展的必要能力。思維能力不僅僅是指向當下的教

學活動的而是指向領域核心問題和幼兒未來發展的。因此在繪本教學中，幼兒的字詞句學習要與幼兒思維能力的培養相結合，才能夠更好地發展幼兒的語言素養。我們可以借助繪本的故事情節，拋出一個值得思考和討論的話題，讓幼兒通過觀察、比較、推測等方式表達自己的理解與想象。例如：繪本活動《跑跑鎮》講述的是在小鎮上許多東西都會跑起來，當兩個物體跑動相撞之後會將各自的特點疊加在一起變成新的物體。在這個繪本中我們可以利用反復出現的情景與句式：“A 物跑跑跑，B 物跑跑跑，碰，變成了 C。”作為活動的重點內容。但是在具體的學習方法設計上，我們可以引導幼兒通過對 A 物和 B 物的觀察，思考和討論物體的特征，通過聯想和推理猜測 A 和 B 相撞會變成什麼。然後運用句型把自己的猜測說出來。

2、学会课堂教学的五种语言

繪本教學作為以語言發展為核心的活動，幼兒不僅會模仿教師說了什麼，還會學習教師是怎麼說的。因此，教師在教學語言中的表述內容、表述習慣和語態語調都需要認真設計，恰當運用。在繪本教學中，教師的課堂通常有五種：講述、提問、指令、互動和小結。這四種語言各有不同的作用。

讲述，是教師向幼兒介紹知識或講述內容的介紹性語言。是最為重要的一種示範性語言。在講述時，教師要盡量用完整的語言進行表述，讓幼兒了解怎樣把句子說得長長的、怎樣把一件事情的重要元素按照一定的語言規範表述出來。同時，還需要注意語言的豐富性，同樣的意思要嘗試用不同的詞匯進行表達，讓幼兒感受詞語的靈活多變，積累和豐富自己的詞庫。再次，還要注意語調的生動和多變，事件的陳述要注意強調重點，事物的描述要有畫面感的停頓，並適當給予幼兒思考和想象的空間。因此，教師需要在課前充分準備課堂語言也要在平時加強學習表述方式。

提问，是一個教學活動的關鍵。我們在教案設計中一定會尤其重視每個環節的關鍵提問。在提問時教師要注意簡潔、清晰、突出重點。盡可能一個句子里只問一個問題。如果是比較復雜的問題，可以分成幾個層次來分別提問，也可以把其中的一部分設計為幼兒回答後的追問。在提問地表述時教師也要注意突出關鍵詞，放慢速度，提高聲調，保證幼兒能動聽清聽懂。

指令，通常是指教師希望幼兒做出某個回應或某個行為前進行的，指令性語言除了和提問一樣需要簡潔、清晰、明確重點外，還有一個非常重要的要素就是時機。幼稚園的課堂中，幼兒不是每分鐘都情緒飽滿全神貫注的。有時他們會熱情而興奮並不注意教師講什麼或者被教具或其他同伴所吸引。這時如果教師想要發出指令就需要有一個讓幼兒安靜下來能夠集中精神的鋪墊，這樣指令性語言才會起到相應的作用。同時，用怎樣的語言或動作進行鋪墊，用怎樣的語氣表述指令，都需要教師觀察幼兒的現場表情況做出適當的反應。

互动，教師與幼兒的互動包括教師在幼兒回答問題後的梳理、追問、對話；在幼兒操作中的提示、幫助等等，教師與幼兒的互動是繪本教學中必不可少的部分，因為思想往往不是單方面的傳達而是雙方對話形成的。因此，繪本教學中的重難點，繪本的主旨思想往往都是

在互動中完成的。并且幼兒是最為真實和大膽的，幼兒園的教學幾乎沒有鋪墊和課前練習，都是“一次成型”。因此幼兒園老師的互動也是所有年齡段中最具挑戰也是最為精彩的。互動是對教師現場應變的考驗，不僅需要教師在很短的時間內觀察、傾聽、理解幼兒對教學內容的掌握程度，也需要教師對教學的目標內容方法以及繪本的所有要素的深入了解。因此，繪本教學中的互動，教師不僅要在課前做好充分準備，還要在平時與幼兒多多對話，多思考，多鍛煉，提高自己對幼兒的解讀能力和應變能力。

小结，在環節的結尾和整個活動的結尾我們都會預設好小結語，小結語通常是希望幼兒理解并掌握的內容，是環節目標或整個教學活動的提煉。但是一個真正優秀的小結一定不是將事先準備的好語句在每個環節的結尾在念一遍，而是根據當下幼兒的實際學習情況選擇合適的時機和語言現場重構的。因此，小結的一半是提前準備的，另一半是來自于幼兒的現場表現的。我們在小結時既要用理性成熟的語言把環節的重點說清楚，又要會用孩子的現場回答和實踐情況來讓他們聽得更明白，只有這樣的小結才能保證梳理的是孩子的思想，提煉的是課堂的真實。

無論是課堂教學還是自主閱讀，對幼兒而言繪本都是成長中的優質陪伴。幼兒不僅可以在繪本中獲得知識、體驗情感、提升閱讀和表達的能力，還可以增加親子感情，讓孩子從小愛上閱讀從而養成終身閱讀的習慣。此外，繪本作為一種一種文學、藝術、思想、情感多元因素相融合的作品，更是凝集了作者對美好生活的理解，以及希望與讀者相互共鳴的期待。因此，對於繪本作品的解讀和價值的挖掘一定不止于我們以上的幾點思考，還有很多方面值得我們去探索和研究，我們要不斷提升教育專業能力，提升文學藝術修養，更要提升對幼兒、對教育、對生活的感悟能力，才能將繪本傳遞的真善美與幼兒教育真正融會貫通，幫助幼兒插上翅膀，自由飛翔。

擬題活動教學融入小學數學科教學分享

魏佩珊

在教學現場中,我發現不少學生的數學解題表現會隨著年級的不斷增高而解題能力會減弱,對數學的恐懼感也與日俱增,個別差異甚大,尤其以數學解決問題方面最令學生排斥。但解決問題考試卻是必定會出現的題型,小學生的解答解決問題能力比基本計算能力差,體現了現在學生學習方式存在著什麼樣的問題?需要怎樣改善學生的學習模式?

我在教學時,根據澳門教育及青年發展局2016年所公佈的小學教育數學基本學力要求遵循的基本理念:數學是人類生活、社會發展不可缺少的部份,數學課程應以學生為本,重視生活實踐,數學教學過程應建基於學生已有的知識和經驗上,使學生可以解決問題,通過觀察、操作、猜想、估量、分析、推理、計算等體驗和參與的方式,從而激發學生學習的積極性,促進學生的認知發展。我將擬題活動融入數學科的教學,以解決生活情境為題目。

什麼是「擬題」?

擬題是用自己的看法想出一個數學題目來(梁淑坤,1994)。擬題教學活動,就是學生依教師所給的條件獨自思考,自擬出符合條件的題目。擬題方式分為口頭擬題及書面擬題兩種。

讓學生於課堂上做擬題學習之前,我會對學生說明數學擬題的意義。當學生了解擬題的意義後,發現學生對擬題很感興趣,學生將概念應用到新情境中,進而強化學生的數學概念學習。

一、擬題教學能提高數學解題的動機與興趣

大多學生不大喜歡課本中的題目或教師佈置的題目,學生會期待由自己來擬題。臺灣學者梁淑坤教授於1994年認為數學問題若是由解題者自擬出來,解題的動機就會很高。讓學生來出題目,學生會用自己較熟的題材來出題。由於數學題目是學生自己想出來的,題目結合生活經驗便很容易得到解答。

透過擬題教學方式,能夠讓學生從傳統的解題者成為擬題者,促進學生在課堂上積極參與課堂討論、表達與溝通個人想法,激發創造力、在同儕互動中建構數學知識。

利用擬題教學緊扣解難教學,能幫助學生提升解難能力。在現今建構主義的影響下,學生不能只是被動的接受知識,需要主動地經由感官和溝通等方式獲得知識。學生除了懂得

解題及討論各種解題方式外，還可以從特定的情境擬出問題，並能適當地揀選條件來建構更複雜的問題。

二、擬題教學能激發學生的觀察力

擬題教學可以幫助學生將數學與日常生活連結，透過文字的敘述，反應生活經驗。學生會將現實生活的經驗和對身邊熟悉名字和生活的觀察融入擬題當中，所以可以透過擬題活動培養學生的觀察力，從學生對數學题目的敘述，了解學生的生活經驗及想法。

三、擬題教學能培養學生獨立思考和發展問題的能力

擬題能促進學生思考成熟，在擬題教學中，學生透過本身的生活經驗，將自己所學過的知識、技能、想法等加工整理而形成問題，加強訓練個人獨立思考的能力，同時能培養分析問題、解決問題的能力。

數學擬題可以改善學生數學學習的情形。教師以引導學生探究數學概念的方式教學，學生在進行擬題時，必須先將數學概念消化、整理，再進行深度思考，形成有意義的建構活動。擬題是數學寫作中的一種教學形式，以學生的數學概念出發，自行擬出以自己生活經驗為題材的數學題目。在進行擬題寫作時，必須以數學語言、數學符號的表徵方式，整合學生的生活經驗。擬題教學方式，學生在擬題的過程中主動理解數學概念，促使數學概念和生活情境結合，同時提供老師一種獨特的診斷工具，從學生的寫作成果中，了解學生對數學概念的掌握度。擬題活動教學對學生解題能力有助提升，以及改變了學生的學習態度，學生能利用擬題的方式增進數學概念之理解。提供學生將抽象概念具體化的實作機會。增加學習興趣及同儕數學溝通的機會。學生自擬數學題目將數學知識與日常生活相結合，提升學生對數學文字題語意結構的掌握，擬題可以增進學生的語文程度。

四、擬題教學對學生解題能力的增進

在課堂上的觀察發現，學生在經過擬題教學後，解題的速度和正確性有明顯的進步。學生在解題前會先檢查所擬的題目是否正確可解，在解題後也會自行檢查所解的答案，再次確認題意，解題的正確率提高了很多。說明擬題教學能增進學生的解題能力。

促進學生的自主學習，打破傳統「教師說學生聽」的課程學習模式，希望以學生為學習主體，讓學生藉由課堂上的各種探索活動，建構屬於自己的知識及能力。以數學教學而言，如果教師能夠提供機會，讓學生在接觸某一個數學概念的同時，思考自己的生活經驗，並由學生自行擬定自己喜歡或熟悉的數學題目，再進行解題，這樣主動將生活經驗融入學習的方式，對學生而言才是有效的，也才能激發學生進行更深入的探索。對學生來說，解自己所

擬的題目有一種似曾相識的親切感,學生解題的意願相當高,幾乎可以正確地算出答案。學生優良的擬題作品,可以集結成冊讓學生互相觀摩學習。

參考文獻

- [1] 梁淑坤(1994)。擬題的研究及其在課程的角色,周筱亭(主編),國民小學數學科新課程概說——低年級,(152 - 167),台灣省國民學校教師研習會。
- [2] 澳門教育暨青年局(2016)。澳門特別行政區第 19/2016 號社會文化司司長批示核准小學教育階段基本學力要求的具體內容,57 - 66。

數學的教育意義

首都師範大學數學科學學院(100048) 方運加

最近(2011年11月1日光明日報報導)楊振寧在《楊振寧傳》讀者見面會上說:“如果一個人努力向學的目的是想要作出世界性的貢獻,那他成功的可能性很小。”他還說“一個年輕人如果鑽進那個領域,懂得了那個問題,而且他天生對於這一類問題有堅定的想法,他就可能想出來新的辦法。他想出這個新的辦法的時候,不會是想要得到諾貝爾獎的,就是因為對這個問題有興趣。楊振寧說“我一直說做一個工作有三部曲:第一步,你要對這個問題發生濃厚的興趣;第二步,要做一個長期的思考和努力,這常常是不成功的;第三步,由於努力沒有結果,於是你不可避免地沮喪或者做別的事情了,但你的腦子並沒有停止思考,會想出不同的組合,結果其中一個組合對了,於是頓悟出現了,你就有可能成功。”丘成桐在這次會上也說:“現在中國一般的年輕人並沒有那麼大的好奇心,沒有為了做學問而做學問的那種衝動,這就會遇到很大的困難,做不出大學問。坦白來講,研究普通的問題遇到的困難比做重大的問題更大,因為很多普通的問題很多人都做過了,好的想法沒有了,不如做一些重要的問題,更能夠產生成效。

1. 如何看待興趣與創新的關係。

從楊振寧和丘成桐的話中我們能獲得什麼資訊呢?很顯然,一個有準備的人,對知識本身,對問題本身,對某個科學領域本身,要有興趣,而不是惦記甚至鑽營諾貝爾獎或者“世界性貢獻”,興趣和鑽營是兩回事。

這個話題對於從事中小學數學教育的教師有意義嗎?非常有意義!教師非常想培養出有出息的人才,但是教師本人,除極個別的,很少有能夠在社會科學、自然科學、數學科學領域做出創新型成果的。因為近一個世紀來,知識暴量增長,自“二戰”以來,人類科學知識的總量大約每10到20年就要翻一番,這使得社會分工進一步細化不說,對個人的束縛力不是小了而是越來越大。那種百科全書式的大學問家,或者在幾個學科領域中都能夠做出偉大貢獻的人,哪怕是在同學科內的二、三個分支中都能做出貢獻的人少之又少。但在以前,尤其是十六到十九世紀,這樣的人才還挺多。至於我們,如今都被束縛在中小學教師這個行當裡,被要求或者我們自己也很願意,做一些啟蒙育人的工作,並不參與拼搏創新。基礎教育或數學教育並非是日新月異的行當,因此給人以平凡或枯燥感,這使得從事這個行當的人

們更希望有不同尋常的事情發生。10年前課改開始了，中小學從業者的這個職業特點構成了課程改革的動力和基礎。但根本上，一個數學教師更需要的是平實的職業精神，要耐得住寂寞，甚至清苦。這不像專事研究的那些科學家，他們一旦成功了，名字有可能被刻在歷史的豐碑上，但在成功之前他們比中小學教師更辛苦，科學家與成功者間不能畫等號，成功的科學家是極少數。百年來，專攻“龐加來猜想”的數學家難以計數，但最終攻克者只有別德爾曼一位，其他的則湮沒於人海中，少有人提及。這就是專門從事數學或科學研究的人生風險，拼搏了一輩子，但拿不出成果來。

當前正在宣導培養創新型人才，於是基礎教育行業有人跟著推出創新教育、創新教學，以及形形色色的創新之法，更有人信誓旦旦的讓大家相信創新教學可以培養創新人才。遍查偉人、領袖、傑出科學家，孔子、阿基米德、牛頓、馬克思、毛主席、高斯、黎曼、愛因斯坦……，自古至今的創新偉人，哪個是創新教育或教學培養出來的？他們在青少年期哪裡享受過什麼創新教學！可以從他們的傳記中獲知，他們中的多數對自己在幼童年時期所受的教育比常人有更多的不滿。菲爾茲獎獲得者陶哲軒是幸運的，他的小學校長發現了他的潛力後，放了他一碼，讓他跳級上中學去了，而不是留在身邊對他進行創新教育。這位校長功莫大焉！黎曼也有類似經歷，他的人生目標曾是“一個掙錢的牧師”。高中，他刻苦學習《聖經》，試圖給《創世紀》的正確性提供一個數學證明。他的學習進步很快，以至超過了他的老師們所掌握的知識。老師們發現要趕上這個男孩是不可能的。於是校長給了一本勒讓德的《數論》讓他讀。這本書共859頁，黎曼一口氣用6天的時間讀完了這本書。幾個月後，校長問他書中的一些難題，黎曼給出了完美的解答。這位校長給了黎曼一本書，人類產生了一位影響世界的偉大數學家。這位校長盡了教育的責任，而不是挖空心思教黎曼創新。北京有一所建於1911年的崇德中學（現在是北京三十一中），與北京四中、北師大附中、人大附中相比，少有人知曉這所學校，也無事實表明這所有文化入侵嫌疑的教會學校會把為中國培養創新人才當作辦學宗旨，但先後有楊振寧和鄧稼先、梁思成等十位中科院院士曾在這所學校就讀過。按時下的標準，這所學校牛得不能再牛了。只是這後來的輝煌是這所學校當年並不先知的，這些院士當年只是中學生，與其他的崇德學生並無大的不同。楊振寧、梁思成成為這個星球上的頂尖人物是後來的事。最近楊振寧回到母校三十一中，他說“上學時，我發現了一本書叫《神秘的宇宙》，是在校圖書館角落裡找到的，看完後，我覺得物理是一個值得研究的學科。”這不得了，一個在物理科學領域舉足輕重的科學家在北京三十一中起步了。不知這算不算是當年崇德中學的教育環境使然，平凡之中有不凡。到目前為止，創新教學與創新人才的產出之間並無值得一提的必然聯繫，更無被確證的因果關係。以培養創新人才為目的的小學或中學數學教學，應該傾聽楊振寧所說“如果一個人努力向學的目的是想做出世界性的貢獻，那他成功的可能性很小”。由政府主導並撥款實施的基礎教育，其基本育人目標不應該是培養創新人才，而是使每個孩子享受基本的常人必享的教育。任何以功利或眼前的功利為目的基礎教育都是有百害而無一利的。到目前為止，對中小學來說，“好好學習，天天向上！”“德智體美勞齊發展”是最科學、最實際、最具可行性的辦學要求。

2. 注重發揮數學的育人價值。

小學或中學階段的數學教育屬於素質教育,如果教師能有意識的利用算術、代數、幾何中的知識來啟蒙學生,使他們懂得知識的價值,能從中領悟思想的力量、抽象的力量、邏輯的力量,並養成結論或斷語是需要被證明、被確證才能予以承認的意識。同時,最好能創造條件使學生對一些事感興趣,即便這些事與數學無關。有個統計資料涉及對數百名法國數學家的調查,他們對數學的興趣一般始於 12 至 18 歲之間,這說明小學階段的學科興趣有可能是假性的、非成熟的,他們對玩的興趣才是真實的。小學生的興趣是孩子的興趣,很少是建立在對學科認知的基礎上的。因此,要求孩子在上小學時就表現出什麼創新能力、表現出對某學科的興趣是缺乏理據的行為。小學生對數學的所謂興趣是基於對“會計式”計算的興趣,要愛護,但別太當真!當學生對所學知識的原理開始感興趣的時候,這時教師應給予特別關注。對小學生的評價應該是綜合評價,這種評價要遍及“德、智、體、美、勞”。其中的“智”最好不以學科評價為標準,而是對興趣、學習行為、好奇指數(這個指數尚待制定)的綜合評價,不宜定性某小學生適合學什麼。“不同的人學不同的數學”是極為有害的導向。到初中階段,可以將重點放在學科能力及其興趣的培養上,發揮初等數學的特長、特點,即簡單、要素少、概念明晰,由已知到未知是顯著的順理成章的過程,這種簡單的知識系統構成了展示學生智慧的舞臺。習題不必做多,但要做精,切忌以解題為根本目標。興趣、願望、學習行為、好奇心屬個性範疇,不是霸王硬上弓的事,切忌教師、家長的主觀臆斷。

數學教學要注意給乾貨,給乾貨反而對知識的數量要求會低一些,而質則有可能得到提高。不能眉毛鬍子一把抓,什麼有用學什麼,這種實惠的學習態度是培養“小人”之道,這樣培養出的人有可能追求實惠功利到連做人的準則都不顧了。另外,要設法讓學生有深入學習的體會,要對某個問題或知識有深入進去的體驗。教師教學若對任何事物都施與淺表性認識的引領,很可能會養成浮誇的學習態度,最終是不求甚解,成人後的工作素質可能難令社會滿意。例如鏡面反射的影像問題,教師應啟發學生探究映在水裡的車牌子為什麼會出現左右順序顛倒,而不僅僅是讀出水面反射出的實際車牌號是多少,讀出車牌號需要的僅僅是經驗的積累,探究出原因才是對空間認識的追求。

什麼是好的小學數學教師?好的小學數學教學是什麼?我的看法是:好的小學數學教師,能夠以小學數學思想為研究物件,力求從小學數學知識中找出關鍵要素,挖掘出育人的價值,真正發揮數學教育的育人效能。這是小學數學教師的本職性追求,是小學數學教師至高的專業思想境界。

3. 用“大道至簡”的思想影響學生。

小學數學思想這個概念如果是成立的話,一定應該是“就簡不容繁”、“好教不難學”、

“直來直去不繞彎”、“好聽易懂不求全”、“忌牽強、避附會”，“由已知開頭，常識鋪路、順理成章、事理明晰”、“重長遠、惜一時、潛移默化常滲透”。

另外，數學是追求“簡潔性”的典範。在數學課上應該能夠從數學中學習到“求簡”的方法。實際上，凡科學上的事，都講究“簡潔”，所有那些講究用科學的思想方法指導做事的人都講究“簡潔。”通過學習數學來養成論事說理簡潔的習慣和方法，是一條捷徑，是掌握“求簡”思想的有效率的途徑。小學數學學習加減乘除、學應用題，要越簡單越好。不僅是問題簡單，教學或學習動作也應該簡單，惟如此，學生才不會厭學。數學擅長於將複雜的事變成簡單的事，數學教學切忌將簡單的事搞複雜了。現在的數學教學，活動太多，名堂太多、說法太複雜、學生太辛苦。數學課特沒勁，少有學生真正對數學感興趣，學生學數學的動力主要是考試與分數。另外，評價也應該簡單些，教師要正直，對學生忌分等、不分類。小學生之間有差別，但差別不會大，禁止人為強化差別！

4. 知識永遠是重要的，要採用並用好相對穩定的知識。

報載(2011. 10. 08 新京報)11月5日，英國前小學校長凱薩琳·柏寶鑫演講時稱，有一些英國小學生將前首相溫斯頓·邱吉爾誤認為是一條名叫邱吉爾的卡通狗。還有一些小學生說不出巴黎和法國的區別。她表示，這都是創造型教育和降低課程難度造成的。英國現在的教育已不再珍視傳授知識的重要性，甚至是常識也被忽視了。

現在是新技術、新產品興風作浪的時代。*iphone*、*ipad* 的產生及其不斷更新換代，標誌著用新的、拋棄舊的已成為生活方式或行為習慣。問題是：中小學的數學教育也要走 *iphone*、*ipad* 之路嗎？基礎知識也要像手機、電腦、科學技術一樣處於不斷更新發展之中嗎？老的、舊的知識是否也要像“蘋果 II”、“大哥大”那樣被拋棄？教育學正是在這樣一個背景下高調教育創新，出自於這個學科的新說法、新思潮借勢傳播各種創新教育的教學方法，努力讓人們相信“能力比知識更重要”。許多人被鼓勵或被暗示或被脅迫拋棄已有的價值觀，接受新的教育觀念，在這樣的背景下知識的教育價值被嚴重低估，當前教育更注重“學以致用”、“立竿見影”。這實際上是一種“21世紀版知識無用論”，是“知識無用論”在21世紀初的變種。將有用與否作為教學內容的取捨標準，學習“有用的數學”成為了數學教育的價值取向，甚至引發了對初等數學知識系統的野蠻拆遷，對此我們應該有清醒的、基於常識的認識。長期以來，數學教育在我國學科分類中位屬一級學科“教育學”下的二級學科“課程與教學論”下眾多括弧中的一個括弧內，謂之“課程與教學論(數學)”，客觀上被看作是“教育學”下的三級學科，學科地位低下難以吸引人才不說，更是長期受到來自教育學的一些毫無科學根據的說法的干擾或滲透，離數學教育的規律越來越遠。這種狀況持續下去，數學教育將難有機會從數學本身挖掘出更多的育人智慧。

這裡，我還想就一個典型的問題談談我對知識的看法，當然，這個看法是以從事基礎教育的工作者的視角來看的，不僅僅是數學教師的視角。

5. 數學是對實際的抽象，而並非實際本身。

我們都熟悉一類應用題，叫“行程問題”。愛因斯坦在詮釋“相對論”原理時也利用了“行程問題”應用題。與行程問題相關的現象有很多，大致可分為公路或河流的車船的同向、相向、異向運動。若進一步抽象這類問題，我們還可以說“行程問題”描述的是直線上的運動規律，屬於一維空間運動。研究海上行船問題描述的是二維空間運動。飛機飛行則是三維空間的運動。（相向運動的規律常被用於求兩地間的距離（線段長）。甲、乙兩地， A 從甲地、 B 從乙地相向而行， A 每小時走 5 公里， B 每小時走 2 公里，二小時後相遇，問甲、乙兩地相距多少？列式 $(5 + 2) \times 2 = 14$ 公里。這其中蘊含了下一個問題：14 公里是數嗎？這是三年級的數學題，三年級學生只學過自然數，我的問題是：14 公里是自然數嗎？答案：不是！14 公里是距離長度，是對距離的度量結果，5 公里和 2 公里分別是甲、乙每小時的行走速度，也不是自然數，是在對速度進行度量時用到了自然數，結果並不單純，是複合單位量，通常用“公里 / 小時”來表示。距離是基本的度量概念，不同的情況下，距離有不同的意義。速度呢？現在把小時改為秒， A 速度改為每秒 50 萬公里， B 速度改為每秒 20 萬公里，經過 2 秒鐘 A 、 B 相遇，甲、乙地相距 140 萬公里。似乎沒錯，符合算數運算規則，算術計算沒錯。但不行！速度的極限是光速，每秒 299792 公里。沒有任何物質的速度能超過光速，因此每秒 50 萬公里這個假設是錯的，不可能。另外，速度和為 70 萬公里 / 秒，也不可能！兩個物體相互靠近的速度同樣不能超過每秒 299792 萬公里。看來，數學上能通過的事，在現實中因不符合實際而通不過；反過來，在現實中存在的事，其數學描述有可能並不象我們所認為的那樣直接。譬如光速就不能簡單的用加法，“光速加光速等於兩倍的光速”沒有實際意義，有意義的是光速加光速還等於光速。

6. 誘發學生對知識產生長久興趣。

最近發生了一件事，讓大家吃了一驚，但知識的力量會令人從吃驚中恢復到正常，我有這個體驗。最近，歐洲核子研究中心宣佈，與他們合作的一個義大利實驗機構 *OPERA* 發現中微子的速度超過了光速。這個發現若是真的，會驚天動地。起碼意味著剛才我們在假設速度上，在速度和上，在光速上，原有的禁忌不再發揮作用了。40 年前，那時我還是在內蒙古牧區放羊牧馬的知識青年，因眾所周知的原因，我只上過小學六年、中學半年多，總共上了不到七年學。知識學得太少，所以對知識十分渴望。我從當時的一本雜誌中看到，有一種叫作“中微子”的物質，這引發了我的興趣，因為文章說它可以在一秒鐘內穿過七個疊加起來的地球，它到處存在，但人類無法捕捉到它。後來，從一本書中知道“中微子”是奧地利物理學家泡利於 1930 年為了解釋 β 衰變中的能量不守恆提出的一個設想，直到上世紀 50 年代才被實驗觀察到。那時，因感到驚奇而記住了這個詞。這個詞使我邊放羊邊幻想，希望有一天能

從事高能物理工作。但命運並不照顧我的興趣，讓我學了數學，並且從事的是數學中最底層的那一部分。學數學時，接觸了一些物理知識，瞭解些愛因斯坦的相對論及光速不變原理。知道時間、空間不相互獨立，運動得越快，時間走得越慢，尺子會縮短，即“時長尺縮”。天文觀測和高能加速器實驗都支援光速是宇宙中的最高速度。現在麻煩啦，有權威實驗機構宣稱“中微子”的速度比光速快，而且這個宣佈是建立在實驗基礎上的。中微子穿越 730 公里距離（從日內瓦附近的歐洲核子研究中心到格蘭薩索）後，用時測量比光速快了 60 納秒（1 納秒為 10 億分之一秒）。這相當於中微子比光速快了大約 1.9 萬公里 / 小時。怎麼理解這個有可能顛覆了已知知識的實驗呢？

物理學家、倫敦大學的馬克·蘭卡斯特教授解釋說：“把超光速中微子想像成一個鐘錶。根據光子——中微子發出的光——判斷時間。”

中微子滴答滴答釋放出的光子——比如在中午 12 點，然後用一些時間以光速來到你面前，你看到它後說，是 12 點。但中微子鐘本身比它釋放的光子快，所以在半路上超過光子。“比如說，它超過了 12 點發出的光子。釋放出 12 點零 1 秒的光子會在 12 點的光子之前到達你這裡。你就會看到時間向後走，也就是說，你看到的鐘從 12 點零 1 秒到 12 點，再到 11 點 59 分 59 秒，時光倒流了。”

這個實驗的結論是真的嗎？

難以置信！我的不信是以我的知識積累為基礎。人微言輕，不會有機會讓更多的人知道你的不信。終於有報導說，有人指 *OPERA* 實驗未充分考慮“引力時間延緩”效應。這是什麼意思？帝國理工學院理論物理學家卡洛·孔塔爾迪認為，在測定中微子以 1.00025 倍於光速的速度運動時，沒有將重力作用考慮進去。另外，計時工具 *GPS* 時間同步系統也並非精確無誤。因為 *GPS* 衛星信號本身同樣無法擺脫“引力時間延緩”效應，這個時鐘信號只能保證誤差在 100 納秒左右。顯然，這個 *GPS* 接受器不能用來記錄快於 100 納秒的時間，也即他測出的 60 納秒誤差是不可靠的。我能夠理解這件事，因為多年前我就從一本書中獲知，引力對時間的影響是非常現實的。譬如，在地球上，有一座一百米高的樓。地面和樓頂各放一個經過等時校準的時鐘。經過 100 年，樓下的甲鐘比樓頂的乙鐘記時慢 5 千萬分之一秒（20 納秒）。這就是“引力時間延緩”。這些知識構成了我的判斷依據。這個判斷就是“中微子超光速”實驗肯定有誤。

7. 做“知識就是力量”的信仰者。

我為什麼談這個問題、說這個事？事關知識。現在老說知識和能力相比，能力更重要。這是在玩概念遊戲。能力是什麼？認識能力是什麼？沒有對知識的興趣，缺乏知識，哪來的認識能力。 $3 + 5 = 8$ 是知識，這個知識中包含了“為什麼 $3 + 5 = 8$ ”；包含了 3 和 8 的含義；包含了“加”的含義；包含了這個算式的適用範圍；包含了 8 可以分拆為 3 和 5；總之，只要願意挖掘，這個算式會牽涉到一個知識系統，知識套知識。現在還分什麼有用的知識、沒用的知識、

有用的數學、沒用的數學。若以這樣實惠的態度對待知識，那人類最後頂多只能剩下吃的知識、與動物性本能相關的知識。試想，我的40年前的一個與放羊無關、與吃無關、與境遇無關的“中微子”知識，當時我對這個知識之所知甚至遠未達到科普認識水準，四十年之後卻延伸出了那麼多事情，還是個熱點新聞。甚至正是在“文革”時獲得的這一點可憐的知識，引發了我之後的對“相對論”常識的興趣、對光速常識的興趣。雖然未能從事這個事業，但當這個新聞事件出現時，我可以調動腦中存儲的所有相關資訊，使得我對此的本能反應就是認為這不可能，實驗一定存在問題。可能你會認為，這事有意義嗎？與你有關係嗎？有意義！我借此誘導我的學生注意這個新聞，並介紹書籍讓他們看，然後與他們討論這個事。我之所以今天能在這個講臺上講，之所以有那麼點學習和分析能力，之所以不那麼迷信權威，甚至能用眼力扒開“偽事實”的外衣，正緣於此。儘管我沒能從事物理而幹了數學方面的工作，而且是數學教育方面的工作，但若把我置換成現在的中學生，而不是一個放羊的。若有與我同樣的興趣，同樣的熱情，再加上今日的好時光，極有可能最終使這位學生走向高能物理之路，並且有希望在這個領域做出非常出色的工作，而不僅僅是追求中考、高考、考研、考公務員或獲取綠卡之路。即使沒有任何出色之處，就像我目前這樣的，一輩子沒有什麼像樣的產出，我認為也是有意義的，高能物理學家畢竟是極少數人的事業。人要重視知識，人對新知識要敏感、要做明白人，在知識問題上不能太實惠。有用的學、沒用的不學這個觀念，就如同現在難以扼制的應試教育一般，極大的損害了中華民族的根本利益。好啦！知識對我們這些數學教師太重要了，在學生面前你不僅要教他們書本上的知識，更重要的是，你對知識的態度會影響他們一輩子的。同時你對廣博知識的擁有也會讓他們佩服一輩子的。有人問，數學題是知識嗎？經過你的篩選，以最有效率的方式使學生經歷了實戰、挑戰的習題，屬於育人的知識，否則就是遮蔽知識的塵霾，使學生對知識厭惡，浪費他們的時間。

8. 培養抽象能力是數學教育的基本目標。

為什麼要學習數學？理由很多，為了生產；為了掌握知識；為了更智慧；為了有尊嚴的活著；為了學會合作；為了學習更多的知識；為了創新。這些說法都對，都可以肯定，但若要繼續說、繼續想，還可以說出許多“為了……”，還可以產生更多的、複雜的、嚴謹的，可以寫成許多本厚書的，有關為什麼學習數學的表述，以及由各種說法引發的爭論。人們有窮盡事理的願望，有“好為人師”的潛在心向，有被人承認的需求，還有利益關聯取捨。故面對某一個問題，極有可能產生眾說紛紜的想法或觀點。但終究還是需要歸納出一個簡單、好記憶、易操作的表述，越簡單越容易被理解認同。不簡單的表述容易引發誤解、引發歧議、引發爭論。因此，人們有追求“簡單”的需求。在追求簡單化方面，數學科學堪為楷模。數學的最大優點、最基本的思想方法就是簡單化，或曰簡化。譬如，我們說“小明家離學校距離是500米”。若老師不具體說明距離的含義，人們的理解可以是指學校門到小明的家門的距離，還可以是學校和小明家那座樓的距離。但學校面積比較大，是指學校的哪個部位與小明家那

座樓的哪個部位之間的距離?看來,粗略的說什麼與什麼的距離還不行,會引發各種說法。當然有老師會說:找這個麻煩幹嗎?大概齊就行啦。不是那麼回事,大概齊會誤了小學生。若小明家距離小明就讀的學校是500公里,若精確度要求不是很高,那小明家的那座樓和他就讀的學校就可以分別看作不必區分大小的兩個點,我們只須研究這兩個點之間的關係就可以了。但若距離100米呢,那就有必要搞清楚是小明住的那座樓的哪個位置和就讀學校的哪個位置之間的距離是100米。這時仍可選這兩個建築的兩個具體位置來定義二者之間的距離。倘若問天津市和北京市的距離呢?若不規定或定義好距離的含義,就很不好說。是指兩市市界最近的兩點之間的距離呢?還是採用公路距離的定義。例如從北京的分鐘寺到天津的什麼地方可以被定義為兩市的距離。據說天安門有個點被規定為全國公路系統的0公里,這有點像座標原點,但不是用來刻劃正負的,而只刻劃距離。在上述討論中,實際是運用了數學的思想,一個是確定性思想,一個就是簡化思想。確定性表現為概念化,簡單化就是抽象化,這兩化是數學提供給小學生的營養,千萬別讓老師忽略了。整個抽象過程就是拋棄了家、學校、城市及其大小等的一切屬性,只剩下兩個無任何定義的點,這兩點因無定義而可以任意定義,譬如A點、B點,譬如學校、家,總之,可以根據需要定名,這就是不定義點的好處。事情變成了研究兩個點之間,或者一個點(天安門廣場的零公里)與許多點(各城市)之間的關係。這個過程充分說明簡化就是抽象化。數學科學是簡單化或曰抽象化的楷模,我們要從數學中學習這一思想、方法,這是數學的最重要的思想方法。這種思想方法是放之四海而皆準的,可以放心大膽的用。好!回到開始的問題。

9. 擺脫環境及個人能力的束縛是學習數學的思想出發點。

“為什麼要學習數學?”我將其歸納為三個原因:一是為了擺脫空間的束縛;二是為了擺脫時間的束縛;三是為了擺脫個人能力的束縛。這三個擺脫構成了學習數學的原因。頭一個:空間,是指身處環境。說到現實空間,其實是各人有各人的空間,當我們身處大山深處的時候,難以體會平原或大海的廣闊;當我們身處城市時,難以想像鄉村田園風光。動物界中有的昆蟲一輩子生活範圍不超過1平方米,有的人一生終老於某個偏遠的山莊,這真是各有各的空間。相應的,也就各有各的空間觀念。人們會很自然的想像未曾眼見的外面是什麼樣子,望不到的遠方是什麼樣子。長期處於一地,使得在觀念上容易形成“眼見為實”的思想方法,表現為間接認識事物的能力較差,習慣於追求立竿見影,觀念易於狹隘。數學科學有個鮮明的好處,他能幫助你擺脫“眼見為實”的束縛,能夠幫助你建立萬般事物的聯繫,能從表象深入到本質,能幫助抽象出萬般空間感覺的共性,形成數學的空間,即抽象空間。古希臘有個創立了形式邏輯的哲人亞里斯多德,他居住在一個港口旁,每天都能看到遠洋商船的到達和離開,他通過長期觀察發現從遠方來的船總是先出現桅杆,然後才顯露出船身,而離港的船隻則呈相反的過程,他思考這是為什麼,並由此猜想大地可能是圓的。人們希望擴大自己的活動範圍,希望瞭解自己未曾見過的事物;人們根據各種間接資訊(傳言)進行

猜想：外面的世界是什麼樣子的？這個想法客觀上促進了數學的發展。同時，是數學，尤其是最初等的數學——平面幾何學說明古希臘的人們認識了外部世界。歷史和現實都可以佐證學習數學可以幫助人擺脫空間的束縛。那麼時間的束縛呢？同樣！人們想瞭解過去，也經常予測未來，一個人不能回到過去，又無法置身於將來，但並不表明人就無法瞭解過去，不可予測未來。這需要間接認識世界的能力。數學正是應這種需要而得到發展的，歷史上這主要體現在曆法制定以及天體運動規律的計算上。同對外部世界的認識一樣，人們也主要是用數學方法以間接的方式來認識古今往來、東西南北中的。第三個目的就是擺脫個人能力的束縛。人們的認識世界的能力、人們的智慧是通過對外部世界的過去、現在、將來的認識而獲得的，這是人特有的能力。人們認為解決個別的、具體的問題當然是很重要的能力，但更重要的是認識一般規律、成批解決問題的能力。這才是人的認識能力。通過學習數學來發展人的認識能力是極為高效的。因為數學的抽象能說明人根據不同需要、從不同的角度去深入本質，這是一種根據已知認識未知的能力，由這個能力發展出了推理能力，進而為擺脫空間束縛的需要而發展出了對空間本質的認識——距離概念。不同的空間，距離的含義不同。譬如同樣是在三維平直空間裡，身現其中的球面上的距離和平面上的距離的定義就很不相同。人們早就發現距離是任何數學空間必須面對的問題。於是，在數學中無論定義什麼樣的空間，距離是必須要解決的問題。對距離的計算也促使了各種數學方法和思想的產生。這使得人們從一開始就注意追尋更具概括性且容易被把握的規律。這個規律就是畢達哥拉斯定理，這是數學領域中最重要的定理。這個定理在不同的數學空間中有不同的表達，無論何種表達，本質上都是用於定義距離的。而擺脫時間的束縛主要體現在對以往或已有知識的瞭解、學習，並以此為基礎獲知未來，即根據已知追求未知。數學知識有個特點，已有知識無論多麼陳舊，從不作廢。你可能會問，錯的數學知識難道也不作廢？錯的知識有警示作用、教育作用，但在數學中並無容身之地，不可能成為數學知識，就如同某些猜想一樣，未獲證，數學不會接納他，自然也不會將未獲證的猜想作為知識放到數學知識系統中，猜想獲證即為真理，可曰定理。猜想被證偽，則不會取得任何數學地位。數學知識有繁的、難的、偏的、舊的，但沒有被拋棄這一說，總是後面的包容前面的，新舊是相容的，共處一體，這就是數學，學或教數學都要尊重這個事理。

（本編者語系編者于2011年11月26日在澳門大學教育學院的講座稿，編發時有所增刪）

原載於《中小學數學》（小學版）2012年第3期編者語

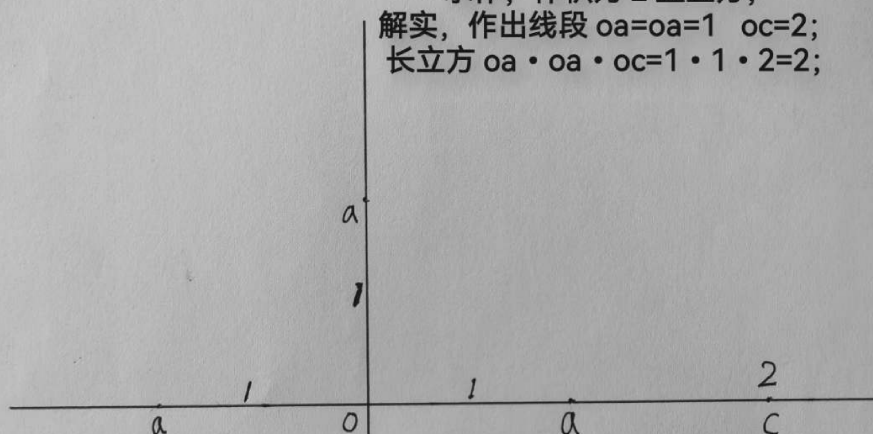
崔榮琰《作 N 倍立方定律》

千古难题《分角尺》无圆规完成

澳門數學教育研究學會

崔榮琰《作 N 倍立方定律》 (角三分定位法)

已知，正立方 边长为1单位长;
求作， 体积为 2 正立方;
解实，作出线段 $oa=oa=1$ $oc=2$;
长立方 $oa \cdot oa \cdot oc=1 \cdot 1 \cdot 2=2$;



作图过程1

世界第一尺 中国创造发明竞赛一等奖
分角尺无圆规完成

Cui Rongyan's law of making n -times cube

It is known that the side length of the positive cube is 1 unit length; The volume is 2 cubic;

Solve the real, and make the line segment $OA = OA = 1$

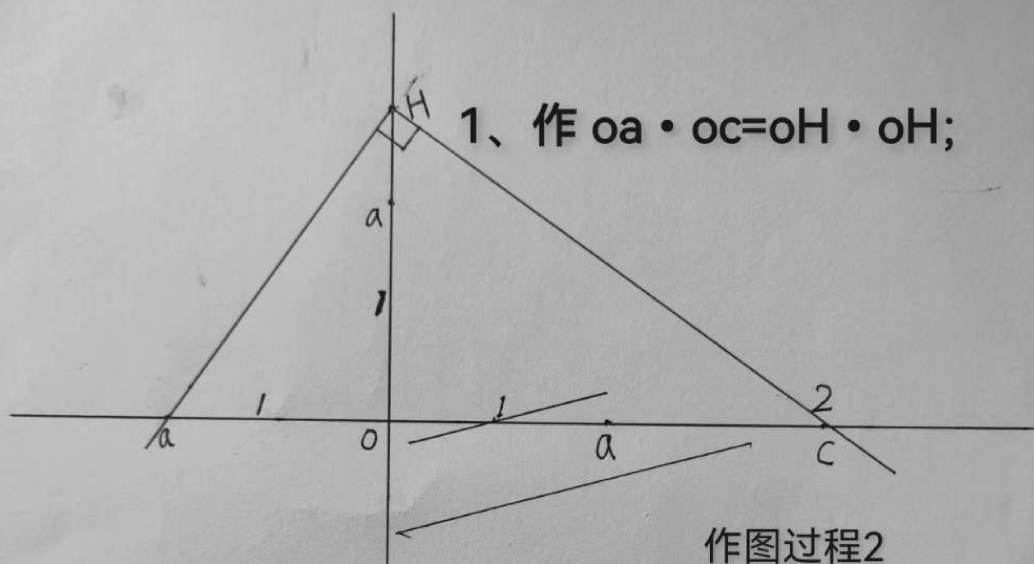
and $OC = 2$; Long cubic $OA \cdot OA \cdot OC = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$;

1. $OA \cdot OC = OH \cdot OH$;

2. $C1$ is obtained by dividing the angle AHC into three parts;

3. Connect $HC1$, and make the vertical line of $HC1$ through h to get $A1$; $oa1 \cdot oc1 = oH \cdot oH$;
Because $OA \cdot OC = OC1 \cdot OA1 = OH \cdot OH$; $oa \cdot oa \cdot oc = (oa \cdot oc1) \cdot oa1$; $oa \cdot oc1 = oa1 \cdot oa1$;
So $OA \cdot OA \cdot OC = OA1 \cdot OA1 \cdot OA1$ Long cubic = positive cubic (constant volume)

崔榮琰 《作N倍立方定律》 (角三分定位法)



世界第一尺 中国创造发明竞赛一等奖
分角尺无圆规完成

Cui Rongyan's law of making n-times cube

It is known that the side length of the positive cube is 1 unit length; The volume is 2 cubic;

Solve the real, and make the line segment $OA = OA = 1$

and $OC = 2$; Long cubic $OA \cdot OA \cdot OC = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$;

1. $OA \cdot OC = OH \cdot OH$;

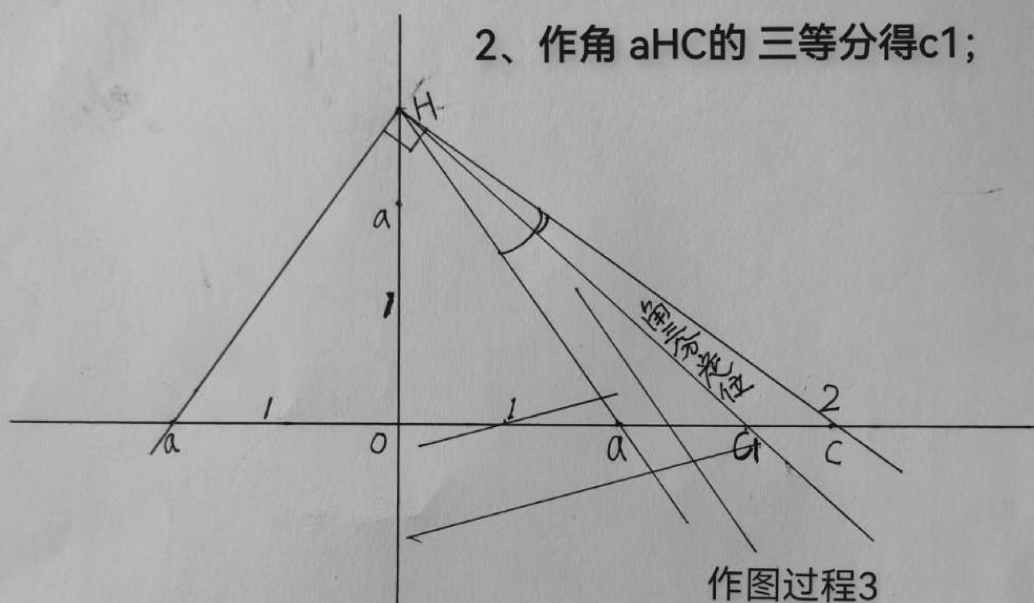
2. $C1$ is obtained by dividing the angle AHC into three parts;

3. Connect $HC1$, and make the vertical line of $HC1$ through h to get $A1$; $oa1 \cdot oc1 = oH \cdot oH$;

Because $OA \cdot OC = OC1 \cdot OA1 = OH \cdot OH$; $oa \cdot oa \cdot oc = (oa \cdot oc1) \cdot oa1$; $oa \cdot oc1 = oa1 \cdot oa1$;

So $OA \cdot OA \cdot OC = OA1 \cdot OA1 \cdot OA1$ Long cubic = positive cubic (constant volume)

崔榮琰 《作N倍立方定律》 (角三分定位法)



世界第一尺 中国创造发明竞赛一等奖
分角尺无圆规完成

Cui Rongyan's law of making n-times cube

It is known that the side length of the positive cube is 1 unit length; The volume is 2 cubic;

Solve the real, and make the line segment $OA = OA = 1$
and $OC = 2$; Long cubic $OA \cdot OA \cdot OC = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$;

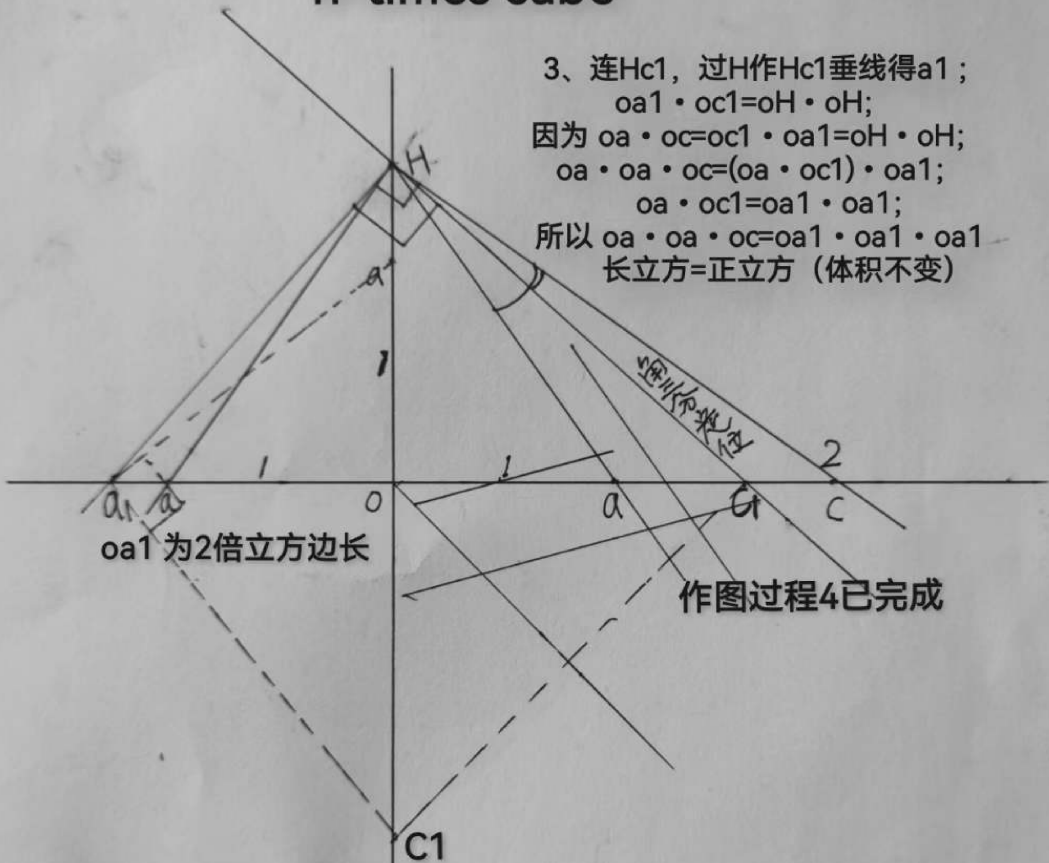
1. $OA \cdot OC = OH \cdot OH$;

2. C_1 is obtained by dividing the angle AHC into three parts;

3. Connect HC_1 , and make the vertical line of HC_1 through h to get A_1 ; $oa_1 \cdot oc_1 = oH \cdot oH$;
Because $OA \cdot OC = OC_1 \cdot OA_1 = OH \cdot OH$; $oa \cdot oa \cdot oc = (oa \cdot oc_1) \cdot oa_1$; $oa \cdot oc_1 = oa_1 \cdot oa_1$;
So $OA \cdot OA \cdot OC = OA_1 \cdot OA_1 \cdot OA_1$ Long cubic = positive cubic (constant volume)

崔榮琰 《作N倍立方定律》 (角三分定位法)

Cui Rongyan's law of making n-times cube

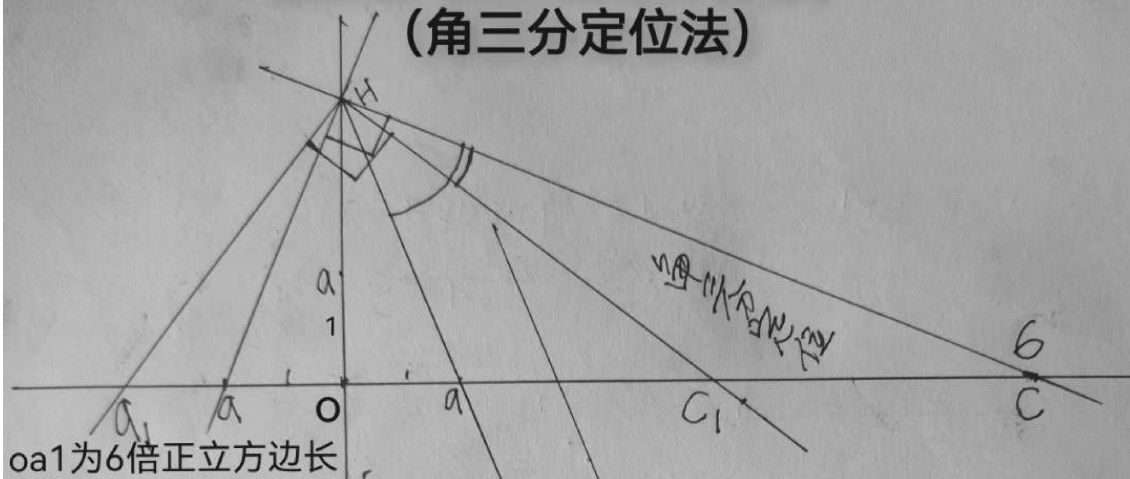


3、连Hc1, 过H作Hc1垂线得a1;
 $oa_1 \cdot oc_1 = oH \cdot oH$;
 因为 $oa \cdot oc = oc_1 \cdot oa_1 = oH \cdot oH$;
 $oa \cdot oa \cdot oc = (oa \cdot oc_1) \cdot oa_1$;
 $oa \cdot oc_1 = oa_1 \cdot oa_1$;
 所以 $oa \cdot oa \cdot oc = oa_1 \cdot oa_1 \cdot oa_1$;
 长立方=正立方 (体积不变)

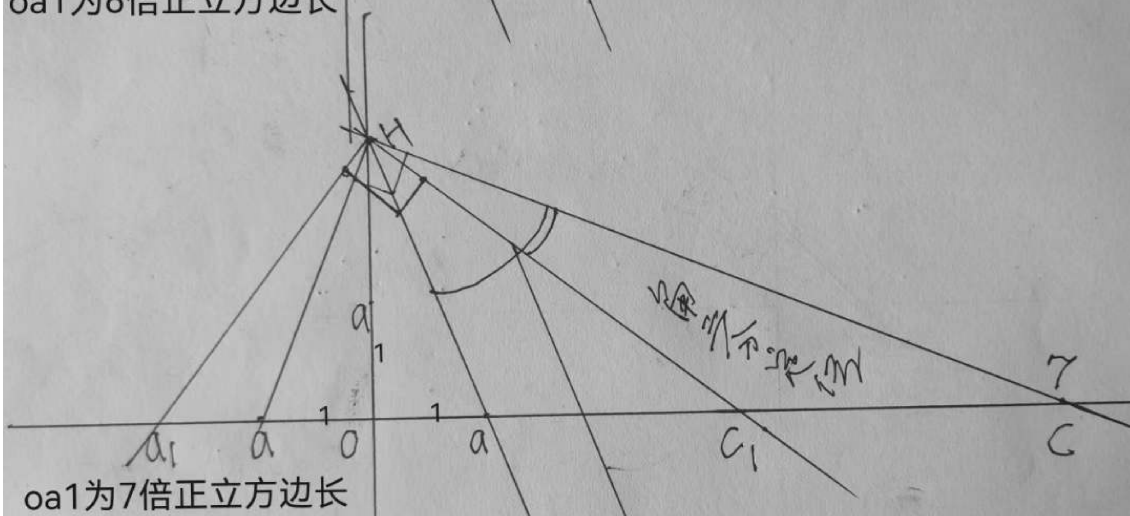
It is known that the side length of the positive cube is 1 unit length; The volume is 2 cubic;
 Solve the real, and make the line segment $OA = OA = 1$
 and $OC = 2$; Long cubic $OA \cdot OA \cdot OC = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$;
 1. $OA \cdot OC = OH \cdot OH$;
 2. C_1 is obtained by dividing the angle AHC into three parts;
 3. Connect HC_1 , and make the vertical line of HC_1 through h to get A_1 ; $oa_1 \cdot oc_1 = oH \cdot oH$;
 Because $OA \cdot OC = OC_1 \cdot OA_1 = OH \cdot OH$; $oa \cdot oa \cdot oc = (oa \cdot oc_1) \cdot oa_1$; $oa \cdot oc_1 = oa_1 \cdot oa_1$;
 So $OA \cdot OA \cdot OC = OA_1 \cdot OA_1 \cdot OA_1$ Long cubic = positive cubic (constant volume)

世界第一尺 中国创造发明竞赛一等奖
 分角尺无圆规完成

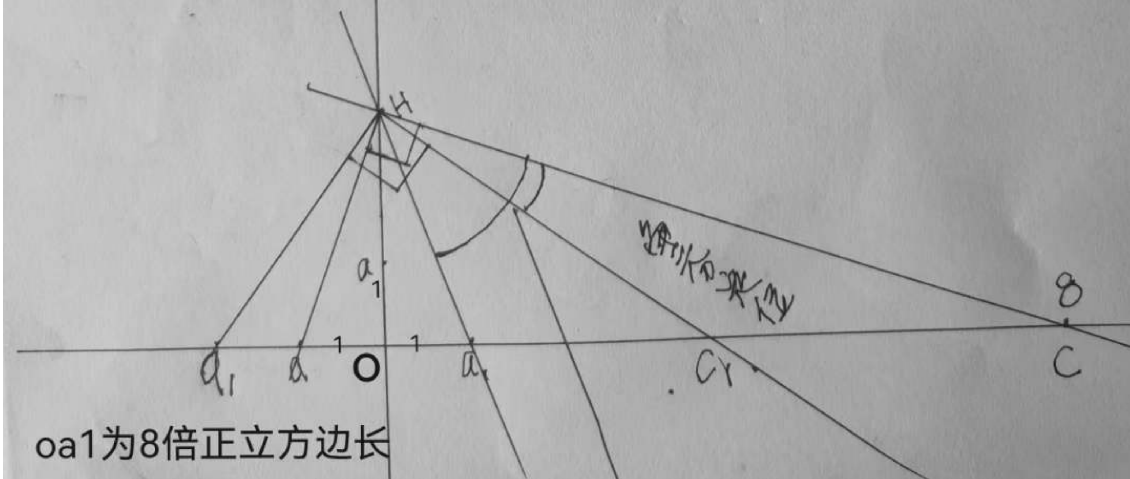
崔榮琰 《作N倍立方定律》 (角三分定位法)



oa1为6倍正立方边长

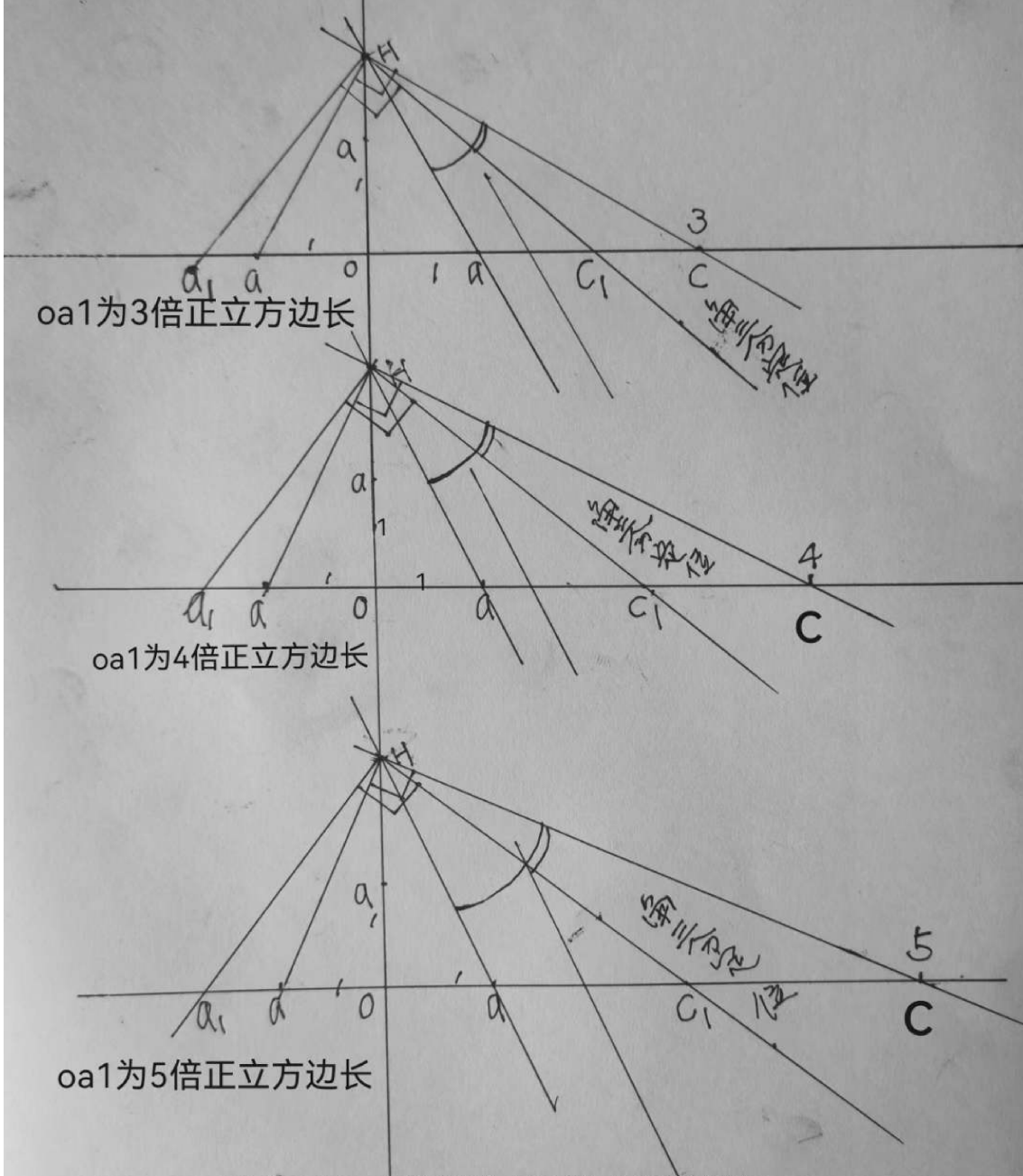


oa1为7倍正立方边长



oa1为8倍正立方边长

崔榮琰 《作N倍立方定律》 (角三分定位法)



崔榮琰《角N等分定律》是数学王国的金钥匙，
千古无解难题迎刃而解。N为偶 奇 质数均有解。

利用思維導圖提高小學數學單元復習教學效率

——以《小數的意義和性質整理與復習》為例

珠海市香洲區夏灣小學 葉明珠

摘要：思維導圖將抽象思維轉化為具形象地圖示，讓思維看得見。將思維導圖應用在小學數學單元復習課中，有利於建立知識之間的聯繫，形成邏輯清晰的知識網；學生通過獨立製作思維導圖，提高學習參與度和主動性，培養學生歸納與整理的能力；通過展示交流，在思維碰撞中促進知識的深理解，從而提高復習課的效率。

關鍵字：思維導圖 小學數學 單元復習

小學數學單元復習課作為一種重要課型，在小學數學課堂教學中佔有很大比重，具有歸納整理單元知識，使之系統化，通過查漏補缺，有針對性鞏固所學的重要作用。然而在日常教研課和賽課中，教師們都比較關注新授課的教學，對於復習課的關注度相對較低。單元復習課常常上成練習課、作業講評課，只見知識，不見整理，零散的知識點，被動地參與，並沒有達到整理與復習的效果。

思維導圖作為一種可視圖表，將抽象思維轉化為具體形象的圖式，以中心主題為發散點，利用線段、圖像、詞語等作為連接，圖文並茂地展現出事物或知識的關係。將思維導圖應用在小學數學單元復習課中，有利於建立知識之間的聯繫，形成邏輯清晰的知識網；學生通過獨立製作思維導圖，提高學習參與度和主動性，養成圍繞一個問題多角度思考的習慣，形成良好的思維品質，培養學生歸納與整理的能力；通過將自己製作的思維導圖在組內交流、完善，學會與人溝通，在思維碰撞中促進知識的深理解，從而提高復習課的效率。

本文以《小數的意義和性質整理與復習》為例，闡述筆者在利用思維導圖提高小學數學單元復習課效率的嘗試與思考。

人教版四年級下冊“小數的意義和性質”這一單元共包含七部分的內容：小數的意義、讀寫法、小數的性質、大小比較、小數點移動引起小數大小的變化、小數與單位換算和小數的近似數，其中小數的意義的理解是本單元的關鍵。這一單元涉及的內容比較多，而且知識點比較散，所以這一單元的復習有一定的難度。通過平時作業和前測分析發現：本單元知識學生的錯誤主要集中在小數的意義、小數的近似數和小數與單位換算這三塊內容，其中學生對小數的意義的理解和掌握很不樂觀。

一、課前看書,自主參與

從這個學期開始,我們採用思維導圖進行單元復習課的嘗試,通過前面三個單元的整理,學生已經有一些製作思維導圖歸納整理的經驗。但對於四年級的孩子來說,獨立創建思維導圖有一定的難度,特別是對於學困生來說沒有抓手,為避免學生“重美觀,輕邏輯”,在嘗試的初級階段,我在單元整理與復習課前給每個孩子列印好思維導圖基本框架(圖1),孩子們可以在基本框架的基礎上填充內容或補充分支。我提前一天佈置作業,閱讀數學課本 P33 - P59,獨立對單元知識整理和歸納並繪製思維導圖。經檢查,所有的孩子都可以準確完成思維導圖的一級分支,64% 的孩子可以相對完整地完成二級分支知識點和注意事項的歸納總結,37% 的孩子可以通過舉例在三級分支上進行說明。

將數學課堂向課前延伸,為孩子們提供獨立看書、對照整理、親自畫思維導圖的時間和空間,在這個過程中,完成知識的主動梳理,形成較為清晰的知識網路,親身經歷知識點的歸納與整理過程,可以提高學生學習參與度和學習的主動性,培養學生歸納與整理的的能力。

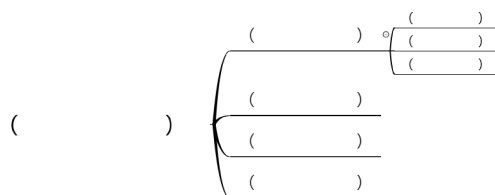


圖 1

二、組內交流,協作完善

上課伊始,組織學生在組內交流各自的思維導圖,說一說自己的想法,相互借鑒,並對照書本進行補充,修正和完善自己的思維導圖。教師對各小組的思維導圖進行適當點評,加工組合,形成班級成果圖(圖2)

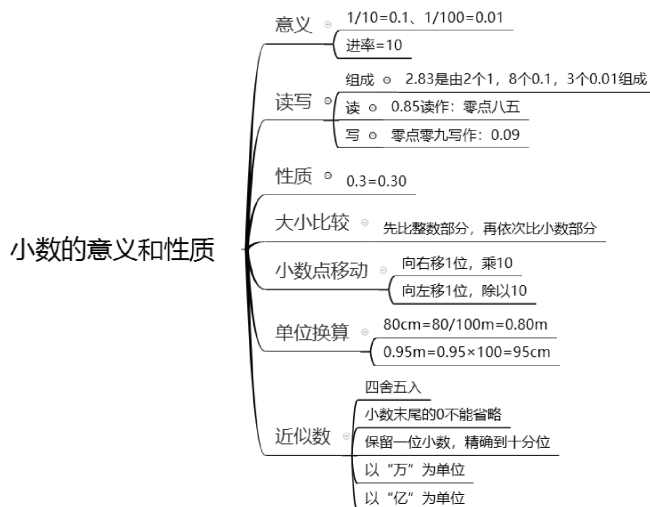


圖 2

通過在組內對照交流,相互學習,取長補短,在交流中完善,在思維碰撞中深化理解,將之前零散的知識點,連接成一張知識網呈現在學生面前,散點式記憶變成有聯繫的網狀記憶。

三、以 0.4 為例,應用拓展

對照整理好的思維導圖,我在黑板上寫一個小數(0.4),請學生用整理過的知識來介紹它,在練習本上寫一寫。(要求:在你的介紹中不能出現這個數,但是別人一聽就知道你在介紹它。)

學生可能會出現類似一些介紹方法:

1. 意義和讀寫:它是由 4 個 0.1、40 個 0.01、400 個 0.001 組成的;用面積模型畫圖表示 0.4。
2. 小數的性質和大小比較:比 0.3 大比 0.5 小的一位小數。
3. 小數點移動引起小數大小的變化:小數向左移動一位是 0.04,向右移動一位是 4。
4. 小數與單位換算: $4cm = (\quad)dm$
5. 小數的近似數:0.37 保留一位小數是()

孩子們獨立思考、組內交流、全班回饋,我適時追問:她是用哪部分知識來介紹 0.4 的?孩子們相互補充,並對照思維導圖找到對應的知識點。

復習不是簡單的重複,而是對知識的綜合運用和昇華理解。本環節通過介紹“0.4”,讓學生對照思維導圖,獨立思考,展開聯想。這樣的大問題,有挑戰性和趣味性,通過對知識點進行活學活用,熟練掌握知識之間的聯繫,培養學生的知識遷移能力和運用能力。

四、對照練習,查缺補漏

本環節我請學生對照思維導圖,猜一猜,哪個部分出錯最多?根據學生的猜測,課件對應出現易錯題,引導學生總結“做題小妙招”,接著進行同類型的檢測練習。本單元知識學生的錯誤主要集中在小數的意義、小數的近似數和小數與單位換算這三塊內容(圖 3),對於小數的讀寫、小數的性質、大小比較、小數點移動引起小數的變化,這四部分出錯較少,這裏就不再單獨總結和練習。

復習如果只是把單一的知識點按順序過一遍,或者把每部分練習再做一遍,就像旅行原路返回,看不到什麼新的風景,復習效果也不明顯。如果能夠根據思維導圖,查缺補漏,把容易出錯的題目按知識塊進行分類,跟孩子們共同分析錯誤原因,思考“對症下藥”的辦法,就可以提升學生的思維能力,再有針對性地進行同類題目的小練習,就會有明顯效果。對於掌握較好的知識塊可以不用練習,復習不用面面俱到,要有針對性才能有效率。

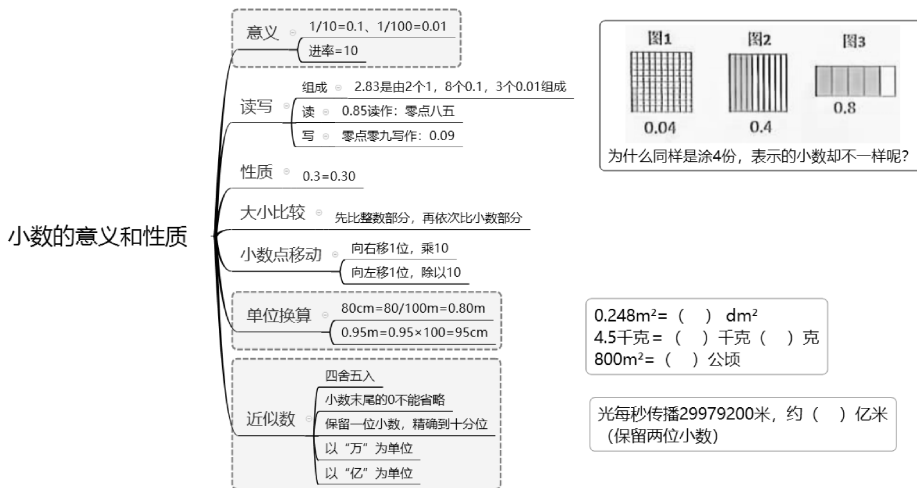


圖 3

五、復習方法小結

課的最後，我帶著學生總結復習方法，先通過看書，獨立繪製了思維導圖，親身經歷知識點的整理和復習過程；通過交流完善思維導圖，將零散的知識點變成有聯繫的知識網；通過用思維導圖中的知識點介紹0.4，活學活用，培養學生知識遷移運用能力；對照練習，查缺補漏，對錯誤較多的知識塊進行有針對性復習，學生自己歸納錯因和“小妙招”，進一步提升思維能力。

本課的小結重點是對復習方法的小結，讓孩子掌握一種整理和復習的方法，以達到學生學會獨立復習的目的。葉聖陶說：“教是為了不教。”老師教給孩子學習的方法，才是“授之以漁”。借助思維導圖這樣一個工具，將抽象的知識和思維可視化，學生熟練運用思維導圖梳理知識，將零散難記的知識點，轉化成有聯繫好記的知識網，提升自主復習的能力，進而將這種方法延伸到其他的單元，其他的科目。

以上是筆者以《小數的意義和性質整理與復習》為例，利用思維導圖提高小學數學單元復習教學效率的一點思考，一線教師要在知識梳理、思維導圖完善、思維提升上下功夫。利用思維導圖進行小學數學單元復習一般可以採用以下幾個步驟：第一步，教會學生畫思維導圖的方法。讓學生從會看思維導圖到會畫，指導學生邊翻書、邊歸納、邊畫。低年級的孩子可以從貼一貼開始，由老師帶著慢慢來，從教師提供範本的填塗，到沒有範本的獨立創作。兒童讀物《歪歪圖》思維導圖系列故事非常適合低年級孩子學習，裏面詳細介紹了常用的思維導圖：圓圈圖、氣泡圖、雙氣泡圖、樹圖、括弧圖、流程圖、多流程圖、橋圖等。第二步，放手給孩子獨立嘗試，提供充分的時間和空間，理清知識點之間的關係，發揮孩子的想像力去創造，親身經歷思維導圖的繪製過程。第三步，彙報交流思維導圖，在自己繪製的基礎上，與同伴進行討論，取長補短，相互學習，教師適當點撥指導，引導學生理清知識點之間的內

在聯繫,串點成線,不斷對自己的思維導圖進行完善。

利用思維導圖提高小學數學單元復習教學效率,不是一朝一夕的事情,需要老師的長期培養,當這種方式形成一種習慣,出現一種效果,老師和學生就會喜歡上用這樣的方式來復習。班級可以經常舉辦一些比賽活動,“思維導圖我來畫”、“思維導圖我來講”,促進孩子的繪製和梳理,在講解的過程中,通過語言將思維外顯,進一步理解和熟練運用,在與同學互講的交流過程,逐漸提升學生的思維能力,從而提升單元復習的教學效率,讓整理與復習落到實處。

作者簡介:葉明珠 珠海市香洲區夏灣小學 小學數學副高級教師

本文是珠海市教育科研“十四五”规划第二批(2022年度)立项课题《“双减”之下,利用思维导图提高小学数学单元复习教学效率的实践研究》(立项号:2022ZHGHKTG167)的阶段性研究成果。

參考文獻:

- [1] 托尼·巴贊. 思維導圖[M]. 李新譯. 北京:作家出版社,1999.
- [2] 吳志丹. 協作建構思維導圖在數學復習課中的應用探究. 中國電化教育,2010(07).
- [3] 李中國,鄭玲玲. 思維導圖在小學數學復習課中的應用. 教學與管理,2019(32).
- [4] 柴清麗. 思維導圖幫助學生進行深度思維. 人民教育,2019(07).

核心素養下的小學數學項目化學習的 有效性研究

長春市第二實驗小學 劉浩然

摘要：

小學數學學科中的項目學習屬於一種新穎的教學模式，是指在數學課本基礎上，借助項目和課題等多種方式，對教學素材和教學資源進行多方整合，為小學生們創建較為開放的學習平臺以及學習空間，在激發小學生們潛在學習能力的基礎上，促進小學生們數學思維的發展，讓學生們學會有效應用所學知識，以此提升小學生們的解決問題能力和綜合學習能力。

關鍵字：核心素養；小學數學；項目化學習；有效研究

伴隨教育教學的改革，新課改要求要將培養學生的核心素養落到實處。在培養核心素養下開展小學數學項目學習，既是傳統小學數學課堂的教學形式，也體現出小學生在課堂上的主體作用，促使小學生們可以更主動地融入到課堂教學當中，這也凸顯出小學生們在學習數學中的實踐性，在一定程度上使小學生們的學習不受到單一學科的限制，促進學生們發展自身的學習能力，同時提升了小學生們解決問題的能力，這對學生們形成核心素養很有幫助。

一、創建項目情境，提升學生的思維能力

思維活動屬於小學生們主動獲得數學知識的前提，能使學生們有效理解數學知識，提高小學生們解決問題的實際能力。數學教師在開展教學時，可通過創設項目情境，使學生們對問題情境進行思維活動，同時對項目活動有效進行設計，通過提出的問題、設計活動流程以及展示研究成果等環節，將學生們不同方向的思維進行展示，以此促進小學生們發展自己的數學思維，落實小學生數學思維能力的提升，並且提升學生們的數學綜合素養。

比如：當數學教師在教學小學數學教材中“統計”知識期間，可根據現階段社會熱點問題——我國青少年近視問題展開項目研究：結合我國世界衛生組織進行統計來看，截止到2020年，我國青少年近視率是排在世界第一位的，尤其是有40%的青少年的近視率最為突出，因此，有學生會就提到：數據真實嗎？可信度是多少？等問題，對此種，教師可通過做問卷

調查的形式來調查學校在校生的近視狀況，同時要對導致學生形成近視的原因進行統計，怎樣才可以有效預防近視。而學生們要合理進行分工，第一應對調查問卷進行設計，隨後明確調查對象，最後再以分組形式進行調查，運用統計學的原理處理和匯總數據，將項目學習報告完成，再結合匯總的最終結果，為小學生們制定能夠預防近視的相關方案。而學生們可以從中積累到社會活動經驗，對促進學生們的思維發展很有幫助。在案例當中，數學教師結合新聞報信息，給學生們創建了相關的項目主題情境，使學生們能進行思考和調查，並喚醒了小學生們的探知欲望，使學生們可以全身心投入到數學學習探索當中，在累積了社會經驗的同時，也使學生們的核心素養得到了提升。

二、構建研究項目，以此提升小學生的自主學習能力

在以往傳統小學數學課堂上，往往教師被當做課堂主角，而學生們只是講臺下的“觀眾”。教師在講臺上很有激情的講課，學生們卻很少可以全身心投入去觀看，面對教學內容通常都是死記硬背，隨後就練習知識和知識鞏固過程中生搬硬套。時間久了學生們就會出現厭學的情緒，這也會直接影響學生們的實踐能力以及創新精神。構建研究性的項目主題，可以讓小學生們資源融入到教學活動中，既能培養小學生們的創新思維，還可以使學生們的實踐能力得到發展，提升使其自主學習能力得到提升。

比如：當教師在教學“圓的周長”這部分知識期間，可創設主題為“賽場上的怪事”的項目活動，要求學生們進行學習。學校的田徑運動會已經開始，神采飛揚的運動員們都站到了200米處的起跑線上，正在等待著發令的槍聲。就在此時，會有部分運動員發現：比賽的運動員們並不是都在相同的起點參賽，運動員是由最外圈逐漸向內後延。而後續的400米項目賽跑仍是如此。這是怎麼回事？如此進行安排的比賽公平與否？而運動員們的差距是怎樣產生的？要怎樣確定運動員之間的差距呢？此時讓小學生們以小組為單位進行討論，表達出自己的想法，教師在進行適當引導：怎樣才可以計算硬幣的周長？如何計算直徑是50米的圓形花園周長？此時，學生們經過自主學習一番後，探尋出推導方法，同時針對性進行練習。在此案例當中，數學教師為了能更好的讓學生們理解所學知識，構建了具有探究意義的項目活動，在此期間，學生們既可以積極參與，又能主動探索，並且通過小組討論和交流，學生們可以自主探尋到可行方法來解決問題，這對提升小學生們的自主學習能力有很大幫助。

三、完善基礎項目，落實小學生個性化學習

在小學階段，數學知識有著較強的整體性，數學教師在開展教學活動期間要對小學生們的觀察能力和推理能力以及實踐能力和反思能力加以重視。從項目主題角度來看，倘若主題太過浮誇，那麼學生們在學習時就會流於形式，失去了教學價值。所以，在小學階段的數學項目學習期間，數學教師應著手於教材內容，從教材當中挖掘有對項目有實際意義的

主題內容,通過多方因素深度加工教材,為學生們創設較為開放性學習空間,要讓學習內容可以滿足當前小學生的能力發展,通過轉變學生們的思維方式,落實小學生們個性化學習。

比如:當教師在教學“圓柱和圓錐”知識時,學生需要將教材附頁中帶有的圖形剪下來,要把其創作成為圓柱和圓錐。數學教師可在本題基礎上進行加工,創設項目學習主題:巧手做,在開展活動期間可結合教材教學內容展多個開層次劃分:1. 製作一頂與自己頭圍大小符合的生日帽;2. 組織分組活動:借助課堂所學知識把圓柱的製作完成,載試著作一個個性十足的圓錐;3 開展創意教學活動:不限制作材料,但要把圓柱和圓錐當做設計主題,開展創意比賽活動;4. 評比活動:要求每個小組將創意作品上交,開展小組間的互評活動,最終要評出一個“優秀創意作品”。在此項目學習過程中,學生們積極參與,感知到數學知識的魅力所在。而教師將教材作為項目開展的基礎,創建項目主題學習活動,使小學生們可以親身經歷,積極獲取數學知識,通過不同的層面去感知數學知識,既可以使學生們可以有效利用課堂所學的數學知識,同時也落實了小學生們個性化學習。

四、開展綜合項目,將學生的解決問題能力進行提升

以往小學數學在教學期間存有一定局限性,致使學生難以把所學的數學知識和實際生活進行聯繫,時間久了,小學生們解決問題的能力就會隨之下降。所以,教師在數學課堂中開展項目學習主題時,要結合學生們的現實生活選擇素材,選一些學生們愛好和熟悉且具有現實意義的綜合項目,以此來觸動小學生們的感官機制,同時激起小學生們對數學知識的探究欲,使學生們可以在自己熟悉的環境裏展示自己,在培養自己數學思維的基礎上,提升學解決問題能力。

比如:當教師在教學完“統計”知識後,可創設主題為“花瓣中的數學”的項目學習活動:下過大雪後的校園裏梅花盛開,有些學生發現梅花的花瓣有5片。那其他花呢?小學生們可採取網路搜索形式查詢到其他各種各樣花的花瓣有多少,同時還應統計花瓣的種類和數量。而學生們通過查閱相關資料,發現有花瓣是5片的,也有花瓣是3片的,還有花瓣為8片的等等……也有學生發現,雛菊的花瓣大多數都是34片或55片,可這為什麼呢?此時,學生們就會帶著疑問進行深入調查,通過數學的角度對植物現象進行了分析。在此過程中,教師設置此項目學習主題,使學生們學習不再孤立,把數學和其他知識進行巧妙結合,既促進了各個學科知識之間的有效融合,也提升了學生們的解決問題能力。

五、結語

總之,核心素養下的小學數學項目化學習開展過程中,數學教師應將教材當做基礎,進行項目學習,要從多個方向將教學資源進行整合,轉變小學生們在數學課堂上學習期間的思維方式,要使學生們積極融入到項目學習當中,以此激發小學生們的內在學習潛能以及

對數學知識的探究欲望,同時提升學生的數學學習能力。

參考文獻:

- [1] 何季梅. 基於核心素養的小學數學項目學習實踐研究[J]. 文理導航,2021,000(005):
P. 24 - 2430
- [2] 李佳. 小學數學項目式學習(PBL) 研究與實踐探究[J]. 視界觀,2021,000(001):P. 1 - 1

Solo 分類理論視角下的學生作品分析及教學建議

——以面積單位間關係的學習為例

吳海燕 聶培珍 何傑英

皮亞傑的認知發展理論對教師們有著深遠的影響，教師籍此理論對學生的當下認知水準進行初步定位，作為認識和瞭解學生的開始，也籍此預期學生的學習成果。但在實際的教學中，卻常常發現學生的學習表現與認知發展理論的階段劃分不一致，而且差異極大。在同一個班級解決同一個問題，有的同學表現在初級具體思運階段，有的表現在中級具體思運階段，還有的退回到前思運階段^[1]。學生有哪些具體的學習表現？每種學習表現的背後又反映出學生怎樣的學習狀況？面對學生的不同層級表現教師該如何利用和處理資源？為了回答這些問題，我們借三年級面積單位間關係這一學習內容，從 *solo* 分類理論的視角來瞭解學生的學習表現，對作品進行分析，從而清晰學生學習表現的層級，以獲知引導學生思維逐級提升的認知路徑。

一、瞭解學生學習表現的意義

1. 學生的學習表現差異是客觀存在的。

每個人都是帶著自己的原有知識和經驗走進新的學習任務^[2]。這些原有的知識和經驗是存在客觀差異的，學生的生活環境、學習動機、學習目的和興趣、學習方法，以及思考問題的角度，或者學生的學習品質等等，這些都與學生的學習獲得有著千絲萬縷的聯繫。所以，即使是在同一時間同一空間，跟著同樣的教師學習，每個人的獲得也存在著或多或少的差別。在一個新的任務來臨時，學生的學習表現也就會呈現出狀態和水準的差異。教師要理性認識差異的存在，面對問題期求全體同學都能給出教師心目中最高限的結論是不可取的，更是不可能的。

2. 學生的學習表現是每一個學生自我認知的起點。

測量一個人的認知發展階段不是教師日常最關注的問題^[3]。在每一天的課堂裡，教師更加關注那些關聯教學之後發生變化的東西。當教師在課堂上給學生提供了表達自己理解的空間，學生就會表現出多樣的“作品”。這其中不乏出現不完善的理解、錯誤的觀念以及幼稚的想法。但這些都是學生真實的想法，是他們的前擁理解。學生只有有機會表達出自己理

解上的缺陷,才能開始真正的學習。因此,在課堂上必須把學生的初期理解呈現出來,這些都是新知學習的起點。學習的過程中在教師的監控和幫助下,學生進行概念的轉化,學習得以真正發生^[4]。

3. *Solo* 分類理論關於學生表現層次的描述。

Solo 分類理論把認知發展的基本階段和回答層次描述進行了整理。借助這樣兩個角度,可以幫助教師更好地理解學生的表現,從而瞭解學生的層級水準,並依照層級水準導引學生從低級到高級進行有序轉化。為了便於大家的理解,把對比表格簡單呈現如下:

認知發展的基本階段及年齡	<i>Solo</i> 層次
前思運(4 - 6 歲)	前結構
初級具體思運(7 - 9 歲)	單點結構
中級具體思運(10 - 12 歲)	多點結構
高級具體思運(13 - 15 歲)	關聯結構
形式思運(16 歲以上)	抽象擴展結構

表 1

不同的 *solo* 層次會在能力、思維操作、一致性與收斂性和回答結構上有所不同。針對具體的問題,同一個學生在不同問題的解答中也會在不同 *solo* 層次跳躍。因此,結合每一個具體的問題,分析學生所在的 *solo* 層次,有助於結合學生的具體問題給予適當的幫扶,以輔助學生在自己的層次水準上以科學理解替換幼稚理解,達成學習目標。

二、面積單位間關係探究中學生的學習表現及分析

面積單位間關係的學習是三年級第二學期後半時間的學習內容,從學生的年齡看,學生處於初級具體思運階段到中級具體思運階段的過渡期。在 *solo* 層次上處於單點或多點水準。學生在這一學習任務的具體表現是怎樣的呢?存在著怎樣的差異嗎?讓我們走進課堂走進學生,在面積單位間關係的學習中瞭解學生的真實表現。

1. 學習任務佈置

為了引發學生對常用的三個面積單位間關係的關注,教師關聯長度單位引導學生對面積單位間關係進行了猜想。其結果大致有三種,其一是學生沒有想法,猜想無頭緒,無結論給出;其二是學生依長度單位為基礎,通過對結論的遷移,猜測相鄰面積單位的進率是 10;其三是學生猜測進率是 100(做此種猜測的學生有些是在課前有瞭解的)。熱身之後,引出研討問題:三個常用面積單位間的進率是多少呢?誰的猜測是正確的呢?那先來研究 1 平方分米 = () 平方釐米。帶動學生在互動中引出研討問題,激發學生探究的願望,並輔助學生清晰探究的任務。

為了輔助三年級學生的探究,教師給學生提供了學習支架。給每位學生提供了一張畫

好1平方分米的工作紙,還給每個學生提供了一百多個小正方形,這些小正方形的面積都是1平方釐米且可粘貼。

2. 學生學習表現及作品分析

(1) 探究中學生的不同層級表現。

在探究1平方分米 = () 平方釐米的過程中,學生呈現出多樣的真實想法。有的借用了學具,有的沒有使用,但都呈現出學生的獨立思考與自主選擇,綻放出生命的活力。學生代表作品如下:

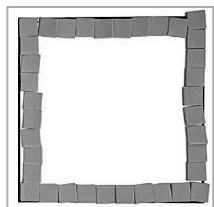


圖 1

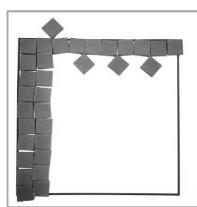


圖 2



圖 3

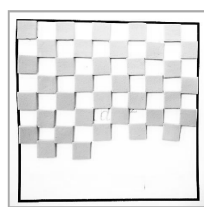


圖 4



圖 5

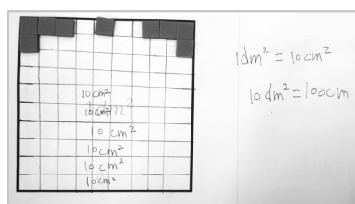


圖 6

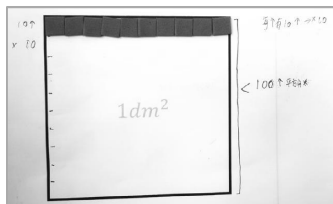


圖 7

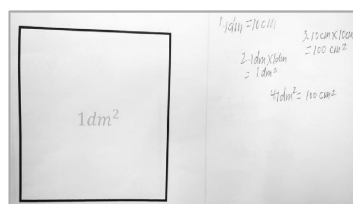


圖 8

(2) 學生的表現層級及具體分析

以上呈現了代表學生不同水準的七幅作品,當然還有一種情況是沒有呈現的,那就是空白的工作紙上什麼都沒有。從學生課堂表現來看,按照 *solo* 分類理論的層級,學生表現出了四個層級。

圖 1、圖 2 以及“空白工作紙”都表現為前結構水準。通過課堂觀察瞭解到,拼擺出圖 1 和圖 2 的學生,只是看到了畫好的 1 平方分米和若干個 1 平方釐米的小正方形,在進行了盲目的操作。他們沒有操作的目的、不知道要解決什麼問題,也沒有得到任何的結論。“空白工作紙”的學生,因為不理解資訊和問題而被“停滯”。班級同層表現的有 9 人,占全班的 27%。

圖 3、圖 4 和圖 6 表現出單點結構層級。可以看到學生借助拼擺或畫圖的方法,輔助自己獲知 1 平方分米中包含多少個 1 平方釐米。他們能把問題與資訊相聯繫,並且從“倍”關係的角度來尋求問題的答案。這個層級表現的有 12 人,占全班的 36%。

圖 5、圖 7 表現為多點結構層級,在學生的解答中都用到了兩個及以上的素材。圖 5 表現出在資訊問題關聯基礎上還用到正方形面積的計算方法;圖 7 多加了正方形的特徵。此兩種表現同為 *solo* 層級的多點結構,但實際上也存在著細微的水準差異。表現為這個層級的有 9 人,占全班的 27%。

圖 8 的表現達到了 *solo* 層級的關聯結構。因為在學生的解答中我們看到,學生理解了資

訊和問題的聯繫，關聯了面積單位的概念、長度單位間關係，還用到了正方形的特徵以及正方形面積的計算方法。掌握了幾乎所有的素材及素材間的相互關係^[5]。表現為這個層級的有3人，占全班的10%。

對比認知發展階段和 *solo* 層級，三年級學生在單點結構和多點結構層級都是合理的、可接納的。這個層級水準的學生占了全班的63%，是絕大多數。所以，多數學生的表現處於非常良好的狀態。但是，還有27%的學生表現出前結構水準，這些學生是需要教師在課堂上，以及在後續學習中給予重點關注的，分析每個學生的具體情況，在學習上要更多的關心與支持。以確保這些學生在思維發展過程中不被落下。還有表現超常的10%的學生，教師給予表揚和鼓勵，他們自己會不斷前行。當然，借助 *solo* 層級教師也可清楚地知道，雖然這10%的學生達到了超常的水準，但這個水準並不要求每一個學生現在都要達到。這樣，就幫助教師避免了無意中不斷拔高達標標準，給學生造成的附加壓力和困擾，亦或是打擊學生的學習自信。

三、基於學生學習表現的教學建議

1. 給學生提供自我“表現”的機會。

學生帶著有關世界如何運作的前概念來到課堂，如果他們的初期理解沒有被捲入其中，他們就不能掌握新概念和資訊。抽取前擁理解並與前擁理解打交道對任何年齡的學習者都是重要的^[6]。因此，教師的任務就是要在新知學習之始，把解決問題的機會交還給學生。讓學生在自我嘗試中有機會表達自己真實的想法，給學生的思考留出廣闊的空間。這些想法可能是跨越多個層級的，有不完整的、有觀念錯誤的，也有高度抽象的、邏輯嚴謹的等等，生成的所有資源都是當下這個班級中學生的真實想法，都是學生交流討論的重要材料。學生在研討中清晰自己的問題、改進自己的觀念、拓寬自己的認識，獲得科學的理解，獲得思維的成長。這樣的交流研討才是對這個群體最有價值的，也才是最有實效的。所以，給學生創造自我表達的空間，留出自我表達的時間，提供“表現”的機會，就是真正開啟了學生的學習。

2. 按層級對學生的學習表現進行劃分。

空間自由表達就會多樣。在眾多的表達中，教師要對學生作品進行理性分析，透過現象看本質，對學生的學習表現進行層級的劃分。按表現層級組織學生交流討論，學生的思維才能在從低級到高級的過程中逐層拉升，思維才能逐層深入。學生在有序的交流活動中浸潤，潛移默化受其影響，也會形成有序的思維習慣和能力。另外，按層級劃分可以幫助教師理性認識全體學生的思維狀況和水準，從而準確把握教學的目標水準，適切地進行監控、幫扶和鼓勵，更好地面對全體、因材施教。

3. 創設寬鬆學習環境，寬容接納學生的各種表現。

新的學習任務對學生都是一個新的挑戰。因此，錯誤是學習必然的陪伴。學生在自我的

探索中,無論是探索的過程和還是獲得的結果,每一個探索者都必然有過失敗的遭遇,但是這些對學習者來所都是彌足珍貴的經驗,就是在正確與錯誤的辨析中獲得思維的發展^[7]。我們需要知道,“犯錯誤是人的天性,而且是一種頗有價值的天性。”^[8]因此,教師要寬容地接納學生的每一種想法,接納他們會犯的各種錯誤,學生在自由寬鬆的環境中才能沒有負擔的放飛思想,敢於表達,真實的想法才能得以展現。也只有如此,學習才能真正發生,成長才能實現,創造力也才能得以保護。

作者簡介:

吳海燕:北京市朝陽區教育科學研究院小學數學教研員,主要從事小學數學課堂教學及小學數學教師培訓方面的研究。電話:13051691138; 郵箱:why324428@126.com

聶培珍:廣東省肇慶市第一小學數學教師,電話:13432410096; 郵箱:niepeizhen1983@163.com

何傑英:澳門婦聯學校教師,主要任教小學數學及STEM活動。電話:62296113, 電郵:raygiga2@hotmail.com

參考文獻:

- [1] 約翰 B. 比格斯 凱文 F. 克利斯 著,高凌飆 張洪岩 譯. 學習品質評價 solo 分類理論 [M]. 北京:人民教育出版社,2020. 9:20 - 21
- [2] 約翰. D. 布蘭斯福特 著,人是如何學習的[M]. 華東師範大學出版社,2020. 11:12
- [3] 約翰 B. 比格斯 凱文 F. 克利斯 著,高凌飆 張洪岩 譯. 學習品質評價 solo 分類理論 [M]. 北京:人民教育出版社,2020. 9:26
- [4] 約翰. D. 布蘭斯福特 著,人是如何學習的[M]. 華東師範大學出版社,2020. 11:12
- [5] 約翰 B. 比格斯 凱文 F. 克利斯 著,高凌飆 張洪岩 譯. 學習品質評價 solo 分類理論 [M]. 北京:人民教育出版社,2020. 9:20 - 29
- [6] 約翰. D. 布蘭斯福特 著,人是如何學習的[M]. 華東師範大學出版社,2020. 11:13 - 14
- [7] 田友誼. 環境營造與兒童創造[M]. 人民教育出版社,2012:177
- [8] 朱家存. 寬容:主體性教育的又一目標[J]. 教育研究與實驗,2001 年第 3 期
- [9] 陳幗眉 薑勇. 幼稚教育心理學[M]. 北京師範大學出版社,2016. 12:43

借助幾何直觀理解平均數

——《平均數》教學設計與設計意圖

吉林長春外國語實驗學校 張冬雪

摘要：平均數作為一種統計量，其教學價值正在發生變化。在教學中，如何讓學生理解平均數的統計意義至關重要，借助幾何直觀可以把複雜的數學問題變得簡明、形象，有助於探索解決問題。

關鍵字：平均數 幾何直觀

【教學目標】

1. 結合簡單的統計圖表，知道求簡單數據平均數的方法；理解平均數的意義。
2. 培養學生觀察、比較、分析和概括能力，初步發展學生統計觀念。

【教學重難點】

教學重點：理解平均數的意義，初步體會平均數是虛擬的數據，具有易變性。

教學難點：理解平均數的意義。

【教學過程】

一、激趣導入，初步理解平均數的意義。

師：四年級幾名同學分兩隊要進行一場一分鐘投籃比賽，打算比試比試。首先，兩隊各派一名隊員出場，咱們看看他們的成績。

第一隊	李飛	7 個
第二隊	楊明	9 個

師：你能判斷他們兩隊哪個小隊隊能夠獲勝？

生：不能猜測，這只是一個人的成績，不能代表一個隊的成績。

生：還得知道小隊裏其他同學投進多少個。

【設計意圖：選取貼近學生生活且學生感興趣的生活情境，激發學生學習興趣，從對數據的個別關注轉移到整體關注。】

師：看，這是第一隊每個隊員的最終成績。（PPT 出示）用哪個數來代表第一隊的投籃整

體水準呢？

生：(思考) 用 7 來代表。

師：7 是怎麼得到的呢？

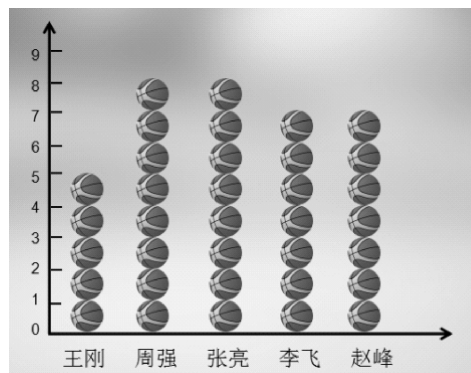
生 1： $(5 + 8 + 8 + 7 + 7) \div 5 = 7$

生 2：可以把張亮和周強的個數分給王剛。

師：大家聽清楚他的想法了嗎？誰再來說一說？

生：邊比邊說，把張亮和周強的一個移給王剛。

師：這種方法真直觀(課件演示)，可不可以給這位同學的方法取個名字？



生：移多補少。

師：咦！李飛的成績也是 7 個，這兩個“7”有什麼不同？

生：一個代表李飛的成績，一個代表平均成績。

師：那我們來跟每個人的實際水準對比一下，“7”代表王剛 / 周強 / 張亮 / 李飛 / 趙峰的成績嗎？

生：不是。

師：看來平均數代表的是這組數據的整體水準，而不代表個人的實際成績。

師：好，那老師把大家找到的代表第一隊整體水準的線在圖中表示出來。(PPT 出示)

【設計意圖：出示第一隊成績，結合已有知識經驗體會平均數的求法，借助 PPT 結合統計圖直觀讓學生在“移多補少”過程中理解平均數的意義。】

二、出示統計圖，深入理解平均數的意義。

師：用哪幅圖能夠代表第二小隊的整體水準呢？交給大家自己解決吧。

師：請大家拿出學習卡，可以在學習卡上畫一畫，找一找或者算一算，看看第二小隊的整體水準怎麼樣？

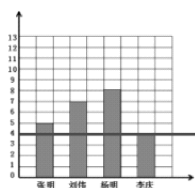
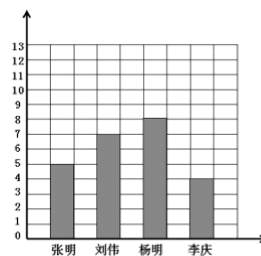
生：獨立思考後合作交流。

師：大部分小組已經完成了，哪組願意來說一說？

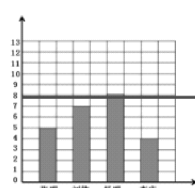
生：我們是用總和除以總人數得到的，是 6。

生：我們用移多補少的辦法得到的，也是 6。

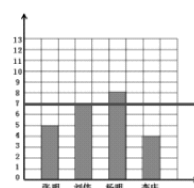
師：那咱們看看，哪個同學投中的個數跟 6 一樣多？



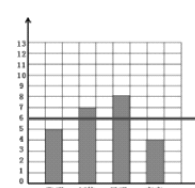
①



②



③



④

生:沒有。

師:能說說這是怎麼回事兒嗎?

生:6 是他們的平均數。

生:6 是通過“移多補少”得來的。

師:是呀,平均數有時存在數據中,有時又沒有在數據中出現,那它是怎麼來的呢?

生:移多補少勻出來的。

師:看來它還有些不真實,並不是真實存在的數據。

【設計意圖:通過四幅統計圖的對比,借助幾何直觀條形統計圖“移多補少”,讓學生親身經歷深入理解平均數的意義的過程,把學習的主動權給學生。在辨別分析的過程中,借助一條虛擬的“線”盡可能讓學生感受平均數虛擬、易變的特點以及平均數有範圍。】

師:通過對兩個小隊成績的分析,哪個小隊獲勝了?

生:第一小隊。

三、貼近實際生活,拓展平均數的應用。

師:今天我們利用平均數的知識解決了日常生活中遇到的問題,既然我們已經認識了平均數,請幫老師解決一個問題:有四個人的平均年齡是 10 歲,能猜猜這四個人分別多少歲嗎?

生:求總和,再分配。10,10,10,10。

生:列表相加得 40。8,10,10,12;8,9,11,12;7,8,13,12;……

師:找了這麼多種方法,說說這個過程中什麼沒變?什麼變了?

生:總和沒變,每個人的年齡變了。

師:你想對平均數說點什麼呢?

生:平均年齡是 10 歲,每個人的年齡有很多種可能。

生:平均數是 10 歲,猜不到每個人的年齡。

師:一切皆有可能啊!

【設計意圖:跳出本節課的情境,讓學生感受平均數在生活中的應用。】

師:這就是我們今天學習的平均數。走出數學課堂,願大家可以帶上今天所學的內容,更好的認識和平均數相關的問題。

澳門數學教育研究學會

聯絡地址:澳門殷皇子大馬路 11 號群發花園第一座 14 樓 A

電話:853 - 28965253, 853 - 66878553 傳真:853 - 28788259

E - mail: macaumath@yahoo.com.hk , inwmacau@yahoo.com.hk

Website: <http://www.mathsmo.com/>

會務活動紀錄

2002 年

6 月 17 日 在氹仔海島公證署辦理本會註冊手續。

2003 年

6 月 7 日 舉辦“中國數學教學的雙基原理—2002 年數學教育高級研討班”——會議精神傳達報告會。

12 月 13、14 日 舉行中小學“數學開放題教學”專題研討會及示範課。

12 月 《澳門數學教育》創刊號出版。

2004 年

4 月 17 日 舉辦“DM_Lab 和動態數學教學”講座。

9 月 30 日 赴杭州拜訪教育研究中心, 訪問海寧市崇文實驗學校及杭州市南苑小學。

10 月 9、10 日 舉行“數學情景與提出問題教學”專題研討會及示範課。

2005 年

3 月 24 - 28 日 赴貴陽、興義市參觀和交流, 訪問興義八中和延安路小學。

4 月 16 日 與教育出版社合辦“突破兒童數學思維空間”研討會及《新思維數學》教材展覽會。

11 月 26、27 日 舉行“全國小學特級數學男教師教學風采展示”專題研討會及示範課。

12 月 20 - 28 日 前往武漢訪問華中師範大學第一附屬中學、東方紅小學以及育才第二小學。

2006 年

3 月 4 日 舉辦“因材施教、拔尖保底——如何幫助數學差生學習”專題研討會。

- 4 月 14、15 日 赴廣東省河源市第二小學和河源市中學觀課。
6 月 25 - 29 日 前往山東濟南參觀濟南第十二中學和解放路第一小學。
12 月 9 - 10 日 舉行“國家數學教育高級研修班‘數學教師教育’澳門會議”。

2007 年

- 4 月 28、29 日 與全國嘗試教學理論研究會合辦“兩岸四地小學數學課堂教學觀摩及說課比賽”。
7 月 4、5 日 與澳門大學教育學院合辦“有效的數學教學：一個國際視角”及“有效數學教學實務：美國的經驗”講座。
7 月 30 日至
8 月 3 日 訪問陝西省西安市吉祥路小學、西安市第一中學、西北工業大學附小。
9 月 1 日 舉辦“創造性數學的想法及方法運用”講座。

2008 年

- 11 月 1 日 舉辦“小學數學專家講座”。
11 月 22 日 舉辦“中學數學教育改革成功經驗介紹暨課堂教學展示”專題會議。

2009 年

- 5 月 29 日、30 日 前往美國參加第 34 屆美國高中數學競賽 (ARML)，榮獲國際組第一名。
8 月 15 日 ~ 20 日 訪問內蒙古包頭市鐵路二中。
11 月 14 日 舉辦“數學教學的有效性與開放性”研討大會及示範課。
12 月 5 日、6 日 舉辦“第一屆澳門小學數學優質課堂教學”評比大會。
(慶祝祖國成立 60 週年,澳門回歸 10 週年,本會成立 5 週年活動)

2010 年

- 6 月 成立“澳門數學奧林匹克學會”，政府憲報刊登該會章程。
11 月 26 日、27 日 組織 18 名數學優秀學生前往北京參加首屆世界數學團體錦標賽。
1 月 18 日 華東師範大學聘請汪會長擔任華東師範大學國際數學奧林匹克研究中心澳門實驗培訓基地主任。

2011 年

- 1 月 28 日 「美國高中數學競賽」澳門區代表隊榮獲澳門特區政府頒授功績獎狀。
9 月 27 日、28 日 與澳門大學教育學院合辦“國際著名教育家蘇霍姆林斯基教育理念介紹會”。

2012 年

- 6 月 9 日 舉辦“如何激發學生數學創造力講座暨中學數學課堂教學展示”公開課。
- 8 月 1 - 6 日 赴吉林、延邊中、小學進行學術交流。
- 11 月 3 - 4 日 舉辦“全國小學數學四大教學流派課堂教學展示課”。
- 11 月 3 日晚上 舉行慶祝本會成立十週年晚宴,十週年成果展。

2013 年

- 4 月 6 日 舉辦亞太區小學奧數(澳門區)選拔賽。
- 4 月 14 日 進行中學第二十四屆、小學第十一屆“希望杯”澳門地區第二試決賽。
- 4 月 16 日 名譽會長陳明金先生宴請本會,表示對本澳數學教育的支持和鼓勵。
- 5 月 11 日 舉辦“幼兒教育理論講座與幼兒教學實踐示範課”。
- 6 月 1 日 赴新加坡參加 2013 亞太小學數學奧林匹克總決賽。
- 5 月 31、6 月 1 日 前往美國參加第 38 屆美國高中數學競賽(ARML),澳門隊第二。
- 6 月 15 - 19 日 舉辦數學實驗——統計與概率工作坊。
- 7 月 10 日 澳門基金會為 ARML 澳門隊凱旋而歸的健兒舉行慶功宴。
- 7 月 18 日 舉行希望杯、亞太區小學奧數(新加坡)、數學大王賽頒獎禮暨 (ARML)美國高中數學競賽成果匯報會。
- 8 月 1 - 7 日 赴哈爾濱、鷄西中、小學進行學術交流。
- 11 月 16 - 17 日 與澳門大學教育學院合辦「嘗試教學理論研究華人論壇」和幼兒教育報告會。
- 12 月 7 - 9 日 舉辦「中學、小學數學奧林匹克教練員考級證書培訓班」。
- 12 月 《澳門數學教育》第十一期出版。

2014 年

- 1 月 11 日 舉行「幾何王」初中平面幾何學習軟件介紹會。
- 4 月 3 日 拜訪澳門基金會。
- 4 月 13 日 進行中學第二十五屆、小學第十二屆“希望杯”澳門地區第二試決賽。
- 4 月 15 日 拜訪澳門教育暨青年局。
- 4 月 17 日至 21 日 赴臺灣澎湖、高雄參訪活動。
- 4 月 26 日 舉辦“史豐收速算法”介紹會。
- 5 月 30 - 31 日 前往美國參加第 39 屆美國高中數學競賽(ARML),澳門隊第二。
- 6 月 14 日 舉行「領導數學科組工作經驗介紹會暨瀋陽七中教學展示課」活動。
- 7 月 11 日 舉行「幾何王」初中平面幾何學習軟件培訓班。

- 7月12日 舉行希望杯、亞太區小學奧數(新加坡)、數學大王賽、環亞太杯國際數學賽、中小學數學奧林匹克教練員考級證書頒獎禮暨(ARML)美國高中數學競賽成果滙報會。
- 8月10-16日 派學生前往四川西昌參加澳門基金會教科文中心航天團。
- 10月18日 舉辦“熟能生巧數學觀點講座暨高中數學教學展示課”。
- 11月22-23、29-30日 舉辦“史豐收速算法”導師培訓班。
- 12月6日、7日 舉辦“第五屆澳門小學數學優質課堂教學”評比大會暨全國協作區孔子杯小學數學課堂教學大賽(澳門賽區)。
- 12月 《澳門數學教育》第十二期出版。

2015年

- 1月16日 拜訪澳門基金會。
- 1月31日 舉行成立“史豐收速算法”培訓基地新聞發佈會。
- 4月12日 進行中學第二十六屆、小學第十三屆“希望杯”澳門地區第二試決賽。
- 4月19日 拜訪澳門教育暨青年局。
- 5月10日 汪會長參加上海“小學數學教師教育高級研修班”。
- 5月23日 舉行「任勇的數學教學主張」講座。
- 5月28-31日 前往新加坡參加第26屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 5月29-30日 前往美國參加第40屆美國高中數學競賽(ARML),澳門隊重獲冠軍。
- 6月13日 舉行希望杯、亞太區小學奧數(新加坡)、數學大王賽、環亞太杯國際數學賽暨(ARML)美國高中數學競賽成果滙報會。
- 6月3-7日 澳門大學教育學院與本會合辦“數學整數教育”專題研討會。
- 6月6日 邀請意大利幾何學專家和捷克數學家教育專家舉行講座。
- 6月27日 往港參加史豐收速算兩岸三地比賽。
- 7月11日 與澳門大學教育學院、香港資優教育學會合辦「環亞太杯國際數學邀請賽總決賽」。
- 8月 《兩岸三地升大數學教程》出版。
- 8月8-12日 澳門隊赴桂林參加WMI世界數學邀請賽。
- 8月15-20日 赴陝西省進行學術交流。
- 10月17日 舉辦“幼兒教育報告會及幼兒史豐收速算法演示課”。
- 12月5日、6日 舉辦“第一屆小學新思維數學‘澳門杯’課堂教學大賽評比大會”。
- 12月7日 獲澳門特別行政區授予團隊功績獎狀。
- 12月 《澳門數學教育》第十三期出版。

2016 年

- 1 月 17 日 舉辦“兒童資優培育”介紹會。
- 3 月 5 日 舉辦“希望杯數學競賽試題分析”講座。
- 3 月 19 日 合辦“中、小學數學實驗和智力發展”專題講座。
- 5 月 26 - 29 日 前往新加坡參加第 27 屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 6 月 3 - 4 日 前往美國參加第 41 屆美國高中數學競賽 (ARML), 澳門隊獲亞軍。
- 6 月 18 日 舉行希望杯、亞太區小學奧數(新加坡)、數學大王賽、環亞太杯國際數學賽暨 (ARML) 美國高中數學競賽成果滙報會。
- 10 月 22 日 舉辦“雲南麗江市教育局講座暨中學示範課”。
- 11 月 19 日 舉辦“四川省成都市成華小學示範課”。
- 11 月 25 - 29 日 前往馬來西亞參加 MIMO 馬來西亞國際奧數競賽。
- 12 月 10 - 11 日 舉辦第二屆小學“新思維數學”澳門杯課堂教學比賽。
- 12 月 《澳門數學教育》第十四期出版。

2017 年

- 3 月 11 日 慶祝十五周年會慶暨春茗聚餐。
- 5 月 25 - 28 日 前往新加坡參加第 28 屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 6 月 2 - 3 日 前往美國參加第 42 屆美國高中數學競賽 (ARML)。
- 6 月 17 日 希望杯、亞太區小學奧數(新加坡)、數學大王賽、環亞太杯國際數學賽暨 (ARML) 美國高中數學競賽成果滙報會。
- 7 月 8 - 9 日 舉行首辦「首屆奧林匹克數學三維杯環亞太國際邀請賽賽(2017)」。
- 9 月 12 日 拜訪譚俊榮司長。
- 11 月 4 日 舉辦“海峽兩岸小學數學課堂教學交流展示”。
- 12 月 9 日、10 日 舉辦第三屆小學“新思維數學”澳門杯課堂教學比賽。
- 12 月 《澳門數學教育》第十五期出版。

2018 年

- 1 月 28 日 前往中山拜訪華星幼稚園。
- 4 月 28 日 舉辦「世界七大數學死題破解演講會」。
- 5 月 24 - 29 日 前往新加坡參加第 29 屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 6 月 1 - 2 日 前往美國參加第 43 屆美國高中數學競賽 (ARML)。
- 6 月 30 日 -
- 7 月 2 日 合辦 2018 三維杯環亞太國際數學邀請賽(香港舉行)。
- 7 月 7 日 希望杯、數學大王國際邀請賽、環亞太杯國際數學賽暨 (ARML) 美國高中數學競賽成果滙報會。

- 5 月 25 – 28 日 前往新加坡參加第 28 屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 6 月 為香港名創教育(文達出版社)編輯的澳門基力數學探知 1A 和 1B 出版。
- 6 月 16 – 17 日 前往深圳出席 2018 全國史豐收數學速算法大獎賽。
- 10 月 13 日 舉辦「使用漫畫進行數學教學 — 來自新加坡的經驗」講座。
- 11 月 10 日 舉辦「世界數學難題一尺解第二次講座」。
- 11 月 23 – 27 日 前往馬來西亞力行華小學參加第 5 屆 馬來西亞國際數學奧林匹克競賽。
- 12 月 8 – 9 日 第二十八屆「滙業盃中學生常識問答比賽」數學命題,為協辦單位。
- 12 月 15 日、16 日 舉辦常港澳小學「新思維數學」課堂教學邀請賽。
- 12 月 《澳門數學教育》第十六期出版。

2019 年

- 6 月 1 日 前往新加坡參加第 30 屆亞太區小學數學奧林匹克賽決賽。
- 5 月 30 日 –
- 6 月 8 日 前往美國參加第 44 屆美國高中數學競賽(ARML)。
- 7 月 5 – 8 日 主辦 2019 金蓮花杯國際數學邀請賽。
- 7 月 7 日 舉行金蓮花杯國際數學邀請賽、數學大王國際邀請賽、環亞太杯國際數學賽暨(ARML)美國高中數學競賽成果滙報會。
- 6 月 為香港名創教育(文達出版社)編輯的澳門基力數學探知 2A 和 2B 出版。
- 11 月 22 – 25 日 前往馬來西亞參加第 6 屆 馬來西亞國際數學奧林匹克競賽。
- 12 月 6 – 7 日 為第二十八屆「滙業盃中學生常識問答比賽」數學命題,本會為協辦單位。
- 11 月 30 日、
- 12 月 1 日 舉辦「慶回歸 – 海峽兩岸小學新思維數學課堂教學大賽」。
- 12 月 《澳門數學教育》第十七期出版。

2020 年

- 因疫情關係,使本會上半年活動都未能如期舉行。
- 10 月 17 日 舉辦「簡約教育的理論與實踐思考」講座。
- 11 月 28 – 29 日 舉辦「海峽兩岸小學新思維數學課堂教學大賽」。
- 12 月 《澳門數學教育》第十八期出版。

2021 年

- 因疫情關係,使本會活動都未能如期舉行。
- 3 月 4 日 於浸信中學舉辦「華數之星」選拔賽。
- 6 月 參加第四屆分角尺作圖國際決賽。
- 12 月 《澳門數學教育》第十九期出版。

2022 年

- 因疫情關係,使本會活動都未能如期舉行。
- 2 月 20 日 舉行慶祝本會成立二十周年晚宴。
- 12 月 《澳門數學教育》第二十期出版。

